

Innere Feldemission von Minoritätsträgern in Photoleitern

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Philipps-Universität Marburg

vorgelegt von

Günter Döhler

aus Hamburg

Marburg 1966

Innere Feldemission von Minoritätsträgern in Photoleitern



Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Philipps-Universität Marburg

vorgelegt von

Günter Döhler

aus Hamburg

Marburg 1966



Von der Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Philipps-Universität Marburg/Lahn als

Dissertation angenommen am: 10. Mai 1966
Tag der mündlichen Prüfung am: 25. Mai 1966
Berichterstatter: Prof. Dr. O. Madelung
Mitberichterstatter: Prof. Dr. H. Wolter

Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungen	3
Einleitung	6
I. Allgemeine Grundlagen	12
1. Das Modell	12
2. Die Grundgleichungen	13
3. Die Näherungen	14
II. Die stationäre Lösung	18
1. Die effektive Lebensdauer	18
2. Die Stromspannungskennlinie bei homogener Feldverteilung	21
3. Die Methode der Charakteristiken	22
4. Vernachlässigung des Diffusionsstromes	24
5. Die Annäherung der feldbedingten Emissions- wahrscheinlichkeit nach Adiwowitsch	24
6. Vorgeschlagene Näherung für die effektive Lebensdauer	27
7. Definition der drei Gebiete mit verschiedenen Leitfähigkeiten	28
8. Diskussion der Lösung	31
9. Bestimmung des Koeffizienten Γ . Tempe- raturabhängigkeit	40
10. Eine Theorie für das Einsetzen der Schwingungen	51
11. Die Tilgungen	58
III. Das nichtstationäre Gleichungssystem	63
1. Die Grundgleichungen	63
2. Die Dispersionsgleichung	69
3. Die Gruppengeschwindigkeit	71
4. Die Absorption	72
5. Frequenzbereich, in dem Instabilitäten auftreten können	73
6. Numerisches Beispiel (Selen)	73
IV. Ergebnisse und Diskussion	76
Literaturverzeichnis	80



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554417_0104

Bezeichnungen

b:	Relative Erzeugungsrate ($= G_1/G$)
B_0 :	Bestrahlungsstärke
d:	Absorptionskoeffizient
D_0 :	Haftstellenkonzentration
D_n :	Diffusionskoeffizient der Elektronen
D_p :	Diffusionskoeffizient der Löcher ($= D$)
D^- :	Konzentration der mit Elektronen besetzten Haftstellen
e:	Elementare Ladungseinheit ($= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{As}$)
E, E :	Elektrische Feldstärke
E_a :	Randfeldstärke
E_i :	Innenfeldstärke
E_s :	Stationäre elektrische Feldstärke
$\bar{E}_s$:	Mittlere stationäre elektrische Feldstärke
E_0 :	Wert der elektrischen Feldstärke, bei dem die Feld-emission beginnt
E_1 :	Wert der elektrischen Feldstärke, bei dem die Feld-emission beendet ist
E_2 :	Wert der elektrischen Feldstärke, bei dem die effektive Lebensdauer $\tau(E)$ gerade gleich $\tau_0/2$ wird
G:	Totale optische Erzeugungsrate ($= G_0 + G_1$)
G_D^- :	Erzeugungsrate der mit Elektronen besetzten Haftstellen
G_n :	Erzeugungsrate der (freien) Elektronen
G_p :	Erzeugungsrate der (freien) Löcher
G_0 :	Optische Erzeugungsrate (Band-Band-Übergänge)
G_1 :	Optische Erzeugungsrate (Valenzband-Haftstellen-Übergänge)
I:	Dimensionslose Größe ($= j/j_0 - 1$)
$\vec{j}, j$:	Totale elektrische Stromdichte
$\vec{j}_n, j_n$:	Elektrische Stromdichte der Elektronen
$\vec{j}_p, j_p$:	Elektrische Stromdichte der Löcher
j_0 :	Stationäre totale Stromdichte
k:	Boltzmann-Konstante
K:	Komplexer Absorptionskoeffizient
L:	Elektrodenabstand
L_D :	Debye-Länge
m:	Elektronenmasse
m^* :	Scheinbare Masse der Elektronen (im Leitungsband)
n:	Elektronenkonzentration im Leitungsband
p:	Löcherkonzentration im Valenzband

p_a :	Randkonzentration
p_i :	Innenkonzentration
p_s :	Stationäre Löcherkonzentration
$\bar{p}_s$:	Mittlere stationäre Löcherkonzentration
p_o :	Konzentration der Löcher (Ohne Bestrahlung, wenn die Probe im thermodynamischen Gleichgewicht ist)
r :	Differentieller Widerstand
R_n :	Rekombinationsrate der Elektronen (im Leitungsband)
R_p :	Rekombinationsrate der Löcher (im Valenzband)
R_D :	Rekombinationsrate der mit Elektronen besetzten Haftstellen
R_1 :	Rekombinationsrate der Elektronen (Band-Band)
R_2 :	Rekombinationsrate der Elektronen (Leitungsband-Haftstellen)
R_3 :	Rekombinationsrate der Elektronen (Haftstellen-Valenzband)
$\bar{E}$:	Durch Gleichung (3,15) eingeführte Konstante
t :	Zeit
T :	Absolute Temperatur
T_o :	Durch Gleichung (2,38) eingeführte Temperatur
U :	Angelegte Spannung bei homogener Feldverteilung
v :	Driftgeschwindigkeit der Löcher
$\bar{v}$:	Mittlere (stationäre) Driftgeschwindigkeit der Löcher
v_g :	Gruppengeschwindigkeit
v_{ph} :	Phasengeschwindigkeit
V :	Angelegte Spannung bei inhomogener Feldverteilung
W :	Emissionswahrscheinlichkeit der (gebundenen) Elektronen aus den Haftstellen
W_F :	Feldbedingte Emissionswahrscheinlichkeit
W_T :	Thermisch bedingte Emissionswahrscheinlichkeit
x :	Ortskoordinate
x_o :	Länge des Gebietes hoher Feldstärke
z :	Relative Ortskoordinate ($= x/L$)
z_o :	Relative Länge des Gebietes hoher Feldstärke ($= x_o/L$)
α :	Durch Gleichung (3,19) eingeführte Größe
α_o :	Durch Gleichung (1,20) eingeführte Konstante ($=$ maximale thermisch bedingte Emissionswahrscheinlichkeit)
α_i :	Dimensionslose Größe ($= E_1/E_a - 1$)
β :	Proportionalitätsfaktor ($j_o = \beta B_o^C$)
γ :	Durch Gleichung (1,20) eingeführte, die feldbedingte

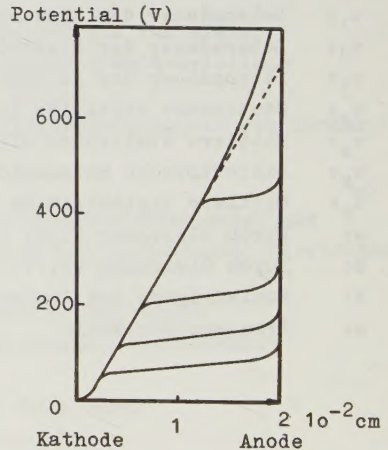
Emissionswahrscheinlichkeit charakterisierende Feldstärke

- Γ : Durch Gleichung (2,17) eingeführte Größe
 Δp : Zusätzliche Löcherkonzentration ($= p - p_0$)
 $\Delta \tau$: Durch Gleichung (3,9) eingeführte Differenz $\tau(E) - \tau(E_s)$
 $\Delta \phi$: Erniedrigung der Austrittsarbeit der Anode
 ϵ : Dielektrische Konstante der Probe
 ϵ_0 : Dielektrische Konstante des Vakuums ($= 8,85 \cdot 10^{-14} \text{ As/Vcm}$)
 κ : Ausbreitungsvektor der Welle
 μ_n : Beweglichkeit der Elektronen im Leitungsband ($= 0$)
 μ_p, μ : Beweglichkeit der Löcher im Valenzband
 Q : Raumladung
 Q_s : Stationäre Raumladung
 $\bar{Q}_s$: Mittlere stationäre Raumladung
 σ : Leitfähigkeit
 σ_0 : Leitfähigkeit bei kleinen elektrischen Feldern
 σ_1 : Leitfähigkeit bei hohen elektrischen Feldern
 τ : Effektive Lebensdauer (der Löcher)
 τ_0 : Lebensdauer der Löcher bei kleinen elektrischen Feldern
 τ_1 : Lebensdauer der Elektronen (Band-Band-Übergänge)
 τ_2 : Lebensdauer der Elektronen (Leitungsband-Haftstellen)
 τ_3 : Lebensdauer der gebundenen Elektronen
 τ_s : Stationäre effektive Lebensdauer der Löcher
 $\bar{\tau}_s$: Mittlere stationäre effektive Lebensdauer der Löcher
 τ_r : Dielektrische Relaxationszeit
 $\bar{\tau}_r$: Mittlere dielektrische Relaxationszeit
 φ : Durch Gleichung (3,8) eingeführte Größe ($= E/E_s - 1$)
 Φ : Durch Gleichung (3,17) eingeführte Funktion ($= \partial \varphi / \partial x$)
 Ψ : Erniedrigung der Ionisierungsenergie der Haftstellen
 ω : Frequenz der Welle

In einer Arbeit aus dem Jahre 1964 konnte H. Kiess (1) experimentell an CdS-Einkristallen einen neuen Sättigungsmechanismus für Photoströme nachweisen. Zur Klärung der Frage, welcher Mechanismus die Sättigung bewirkt, wurden Potential- und Lichtsondenmessungen durchgeführt:

Bei Spannungen unterhalb der Sättigungsspannung und bei starker Belichtung zeigt die Ortsabhängigkeit des Potentials eine in bezug auf das Kristallinnere erhöhte elektrische Feldstärke vor der Kathode. Mit wachsender Spannung erhöht sich diese Feldstärke, bis sie bei der Spannung, bei der die Sättigung eintritt, einen Grenzwert erreicht, der nicht überschritten wird. Bei weiterer Erhöhung der angelegten Spannung bleibt also die Feldstärke vor der Kathode konstant, so daß sich ein Gebiet hoher Feldstärke von der Kathode her in den Kristall hinein erstreckt (vgl. Fig. 1): Bei Spannungen oberhalb der Sättigungsspannung bilden sich im Kristall praktisch zwei lineare Bereiche verschiedener Feldstärke.

Fig. 1: Potentialverlauf in CdS-Einkristallen in Abhängigkeit von der angelegten Spannung bei starker Belichtung (nach H. Kiess (1)).



Bei einer hinreichend hohen Spannung erstreckt sich das Gebiet hoher Feldstärke über den ganzen Kristall. Nimmt nun die angelegte Spannung weiter zu, so wird die Feldstärke vor der Anode größer, während die Feldstärke vor der Kathode weiterhin den selben Wert behält.

Mit dem ausdrücklichen Hinweis, es könne sich hier auch um einen anderen Mechanismus handeln, stellten H. Kiess und F. Stöckmann (2) das Problem der inneren Feldemission von Minoritätsträgern aus flachen Haftstellen zur Diskussion. Qualitativ konnten die oben erwähnten Messungen von H. Kiess mit diesem Modell beschrieben werden: Bei kleinen Feldstärken werden fast alle Minoritätsträger in diesen Haftstellen gebunden sein, sofern deren Konzentration hinreichend groß ist. Bei hohen Feldstärken werden die besetzten Haftstellen durch die Feldemission entleert: Sofern die Rekombination über andere Zentren verläuft, wird dann die Rekombinationsrate der Majoritätsträger erhöht, und dementsprechend sinkt deren Konzentration. Da die Feldemission exponentiell mit der elektrischen Feldstärke zunimmt (3), wird die Leitfähigkeit plötzlich von einem hohen auf einen kleinen Wert absinken.

Mit der Forderung eines solchen Umschlagens der Leitfähigkeit bei einer kritischen Feldstärke konnte mittels eines Arguments aus der Thermodynamik irreversibler Prozesse gezeigt werden, daß in der Strom-Spannungskennlinie ein Spannungsbereich existiert, in dem der Strom konstant, also gesättigt ist (2).

Die primäre Forderung einer Abnahme der Volumenleitfähigkeit bei wachsender Feldstärke kann durch folgende Effekte erfüllt werden (4):

- A) Umbesetzung der Ladungsträger auf den Niveau's in der verbotenen Zone durch:
 - a) das elektrische Feld (4) - (9),
 - b) die entwickelte Joule'sche Wärme (10) - (13),
- B) Umbesetzung der Ladungsträger zwischen Bändern mit verschiedenen effektiven Massen (14) - (17),
- C) Feldabhängigkeit
 - a) der Wirkungsquerschnitte von Rekombinationszentren (18) bis (23),
 - b) der Stoßmechanismen (heiße Elektronen) (24), (25),
- D) Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen bzw. Löcher überschreitet deren mittlere thermische Geschwindigkeit (26), (27).

Neben diesen Effekten können Kontakt- oder Oberflächeneffekte zu negativen differentiellen Widerständen führen: Unter differentiellen Widerstand sei die Ableitung dU/dj der Spannung U nach dem Strom j in der Strom-Spannungskennlinie verstanden. Dabei hat man grundsätzlich zwei Typen von negativen differentiellen Widerständen zu unterscheiden:

- A) Beim spannungskontrollierten Typ (N-Typ) nimmt der Strom nach Durchlaufen eines Strommaximums ($dj/dU = 0$) mit wachsender Spannung ab (vgl. Fig. 2a). Das eindrucksvollste Beispiel dürfte die Esaki-Diode sein (28) - (30). Andere spannungskontrollierte negative Widerstände treten z. B. auf bei:

Charakteristiken dünner Halbleiterschichten (31),
Feldtilgungseffekten (z. B. beim Vorliegen inhomogener
Feldstärkeverteilungen) (8), (23), (32) - (35),
Effekten, die mit heißen Elektronen in Zusammenhang
stehen (14), (36), (37). (Störstelleneffekt an
Ge (22) und an GaAs (37)),
Effekten, die bei Photoleitern mit dem Problem der Ab-
leitung der entwickelten Joule'schen Wärme in Zusammen-
hang stehen (11), (13), (39) - (41).

- B) Beim stromkontrollierten Typ (S-Typ) nimmt der Strom nach Durchlaufen eines Spannungsmaximums ($dU/dj = 0$) bei fallender Spannung zu (vgl. Fig. 2b). Dieser Typ tritt häufiger in Erscheinung und ist in praktisch allen Fällen theoretisch begründet. Ein Musterbeispiel liefert die Stoßionisation aus flachen Verunreinigungen in Ge (44), (45), oder



Fig. 2a: N-Typ

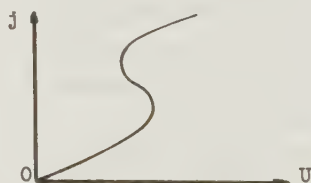


Fig. 2b: S-Typ

Fig. 2: die beiden Typen von negativen differentiellen Widerständen

eine starke Zunahme der Leitfähigkeit von Halbleitern und Isolatoren auf Grund einer Temperaturerhöhung und eines begrenzten Vermögens, die Joule'sche Wärme abzuleiten.

Diese meist experimentell nachgewiesenen, teilweise theoretisch begründeten negativen differentiellen Widerstände können auf Oszillationen und Schwingungen führen. Über Stabilisierungsfragen ist von B. K. Ridley berichtet worden (32).

Betrachtet man nur solche negative differentielle Widerstände, die auf einen Volumeneffekt zurückzuführen sind, so ergibt sich aus der Thermodynamik irreversibler Prozesse ein wesentlich verschiedenes Verhalten dieser beiden Typen (32).

Beim S-Typ (stromkontrollierter Typ) bilden sich auf Grund von Schwankungen Kanäle hoher Stromdichte parallel zum elektrischen Strom (vgl. Fig. 3a). Daß dann plasmaähnliche Instabilitäten auftreten können, ist verständlich: Die Wechselwirkung zwischen parallelen Strömen bewirkt z. B. den Pinch-Effekt (49) - (54).

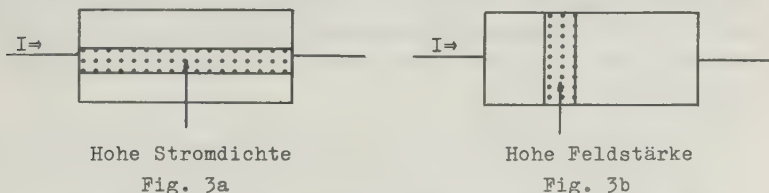


Fig. 3: Bildung von elektrischen Inhomogenitäten beim stromkontrollierten (Fig. 3a) und beim spannungskontrollierten (Fig. 3b), auf einem Volumeneffekt beruhenden negativen differentiellen Widerstand

Beim N-Typ (spannungskontrollierten Typ) bilden sich auf Grund von Schwankungen Domänen (Gebiete) hoher Feldstärke, deren Begrenzung senkrecht zum elektrischen Strom ist (vgl. Fig. 3b). Solche Gebiete hoher Feldstärke sind experimentell mit Hilfe des Franz-Keldysch-Effektes (55) - (58) in CdS-Einkristallen sichtbar gemacht worden (5), (59). Bei hohen angelegten Spannungen können diese Gebiete im Kristall wandern, an einer Elektrode stehenbleiben oder dort absorbiert werden. In diesem Fall bildet sich im Kristall ein anderes Gebiet, das wiederum zur

gleichen Elektrode wandert. Oszillationen, die auf einem solchen Effekt beruhen, sind experimentell beobachtet worden (5), (33) - (35), (59). Die Geschwindigkeit, mit der sich solche Gebiete bewegen, kann von der Größenordnung einiger cm/s sein. Die Ausdehnung solcher Gebiete hängt offensichtlich von dem Effekt ab, der für ihre Existenz verantwortlich ist. Bei innerer Feldemission von Majoritätsträgern konnte Adiwowitsch (6) zeigen, daß solche Gebiete eine Ausdehnung von ca. 10^{-3} cm haben. Die Bewegung dieser Domänen verhindert das Ausmessen des negativen Astes der Kennlinie. In der vorliegenden Arbeit soll die Änderung der Volumenleitfähigkeit auf Grund der inneren Feldemission von Minoritätsträgern untersucht werden. Außer der eingangs erwähnten Arbeit von H. Kiess sollen hier experimentelle Ergebnisse von M. Polke und K. Hasler (60) zugrunde gelegt werden.

M. Polke und K. Hasler beobachteten an Aufdampfschichten aus hexagonalem Selen bei angelegter Gleichspannung niederfrequente Oszillationen des Stromes von einigen Hertz, wenn die Probe belichtet wurde; im Dunkeln und bei kleinen Bestrahlungsstärken wurden keine Schwingungen beobachtet. Die Ortsabhängigkeit des Potentials zeigte, daß mit dem Einsetzen der Schwingungen das Auftreten einer hohen kritischen Feldstärke vor der Anode verbunden war (p-Leiter).

Diese Tatsachen wurden in einer theoretischen Untersuchung von M. Polke (61) wie folgt gedeutet: Die hohe Bestrahlungsstärke ist dafür notwendig, daß sich vor der Anode eine negative Raumladung, also eine in bezug auf das Kristallinnere erhöhte Feldstärke bildet. Mit zunehmender Spannung erhöhte sich diese Feldstärke und strebte, ähnlich wie bei den Messungen von H. Kiess (1) an CdS-Einkristallen, einem Grenzwert zu. Das Erreichen dieser Grenzfeldstärke ist dann mit dem Einsetzen der Schwingungen verknüpft.

Außer ihren verhältnismäßig kleinen Frequenzen war den gemessenen Schwingungen noch gemeinsam, daß der Strom stets unter den Gleichstromwert absank, und zwischen diesem oberen und einem unteren Wert oszillierte.

In einer anschließenden Diskussion wurde für den Mechanismus, der für dieses Verhalten verantwortlich ist, die innere Emis-

sion von Minoritätsträgern in Erwägung gezogen. Für diese Annahme sprach besonders die Tatsache, daß bei höheren Temperaturen (oberhalb der Zimmertemperatur), bei denen alle Minoritätsträgerhaftstellen schon thermisch entleert sein können, keine Schwingungen beobachtet wurden.

Neuerdings wurden Strom- und Elektrolumineszenzoscillationen an ZnS:Mn-Einkristallen beobachtet (62): Schwingungsperioden von einigen Sekunden und einigen Minuten wurden nachgewiesen. Auch hier wurde die Vermutung ausgesprochen, es könne sich um die Entleerung von Minoritätsträgerhaftstellen handeln.

Obwohl noch nicht eindeutig feststeht, daß zwischen diesen drei letztgenannten Arbeiten an CdS-Einkristallen (1), an hexagonalem Selen (60) und an ZnS:Mn-Einkristallen (62) ein Zusammenhang besteht, soll in dieser Arbeit das von H. Kiess und F. Stöckmann (2) vorgeschlagene Modell der inneren Feldemission von Minoritätsträgern untersucht und dadurch diese drei genannten Arbeiten erklärt werden. Es sei darauf hingewiesen, daß vom experimentellen Standpunkt aus das Modell nicht eindeutig begründet ist: An der Technischen Hochschule in Karlsruhe werden Versuche unternommen, das Modell eindeutig zu begründen.

Nach einer Beschreibung des Modells und nach einer Diskussion der in dieser Arbeit benutzten Näherungen (Kapitel I), wird die stationäre Lösung des abgeleiteten Gleichungssystems in Kapitel II behandelt und diskutiert. Dabei wird unter anderem gezeigt, daß eine kritische Feldstärke existiert und für die Sättigung des Stromes verantwortlich ist: Diese kritische Feldstärke kann mehr oder weniger scharf definiert sein. Nach einer kurzen Diskussion über die Temperaturabhängigkeit der gewonnenen Ergebnisse wird in Kapitel III das nicht-stationäre Gleichungssystem behandelt: Mit Hilfe der linearen Störungsrechnung wird die Dispersionsgleichung aufgestellt, die Gruppengeschwindigkeit einer Störung diskutiert und eine charakteristische Zeit von einigen Sekunden berechnet. Die Ergebnisse stehen mit dem Experiment in Einklang.

I. ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

1. Das Modell

Das Modell ist von H. Kiess und F. Stöckmann (2) eingehend diskutiert worden. Setzen wir einen p-Leiter (hexagonales Selen) voraus, so werden infolge der Bestrahlung Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband gehoben (Fig. 4): Die zugehörige Erzeugungsrate sei mit G_0 gekennzeichnet.

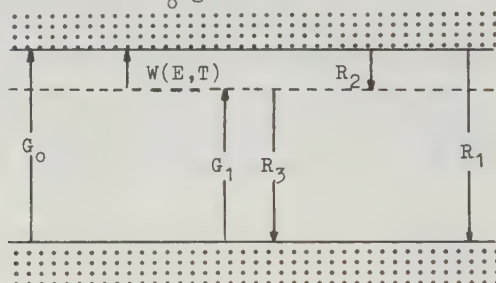


Fig. 4: Schematische Darstellung des Modells

Die in das Leitungsband angehobenen Elektronen können einerseits in das Valenzband zurückfallen (Rekombinationsrate R_1), andererseits aber auch in den neutralen Haftstellen gebunden werden (Rekombinationsrate R_2).

Die anfangs mit der Konzentration D_0 vorhandenen neutralen Haftstellen werden teilweise mit Elektronen besetzt, die wiederum durch die temperatur- (T) und feldabhängige (E) Emissionswahrscheinlichkeit $W(E,T)$ in das Leitungsband gehoben werden können.

Um das Modell zu vervollständigen, sei noch die optische Erzeugungsrate G_1 und die Rekombinationsrate R_3 eingeführt (vgl. Fig. 4): Elektronen können durch das eingestrahlte Licht direkt in die Haftstellen gebracht werden; ferner können aber auch Elektronen aus den Haftstellen in das Valenzband zurückfallen.

Dieses vereinfachte Modell entspricht sicherlich nicht den Tatsachen: Es sind z. B. weder Rekombinationszentren eingeführt, noch Umladungsprozesse der für die p-Leitung notwendigen Akzeptoren berücksichtigt. Ferner wurden nur neutrale Haftstellen

eingeführt, die alle energetisch einheitlich in der verbotenen Zone liegen. Das Modell enthält aber die Voraussetzungen, die für die Erklärung der hier diskutierten Experimente ausreichend sein sollen. Es sei noch bemerkt, daß das Problem der inneren Feldemission auch in dem Fall mit diesem Modell beschrieben werden kann, wenn sowohl die Erzeugungsrate G_1 als auch die Rekombinationsrate R_3 vernachlässigt werden.

2. Die Grundgleichungen

Die Rechnungen gehen von den Grundgleichungen aller Leitungsvorgänge, nämlich von den Kontinuitätsgleichungen der Ladungsträger und von der Poissongleichung aus.

Bezeichnet man mit $\vec{j}_p$ den elektrischen Strom der Löcher, mit μ_p und D_p deren Beweglichkeit und deren Diffusionskoeffizienten, so lautet die Kontinuitätsgleichung der Löcher:

$$\operatorname{div} \vec{j}_p = e \operatorname{div} \{ \mu_p p \vec{E} - D_p \operatorname{grad} p \} = e \left(- \frac{\partial p}{\partial t} + G_p - R_p \right) \quad (1,1)$$

wobei p die Löcherkonzentration und $\vec{E}$ die elektrische Feldstärke am Ort $\vec{r}$ bedeuten. Die Erzeugungsrate G_p und die Rekombinationsrate R_p lassen sich aus Fig. 4 leicht bestimmen:

$$G_p = G_o + G_1 = G \quad R_p = R_1 + R_3 \quad (1,2)$$

Analog läßt sich die Kontinuitätsgleichung der Elektronen im Leitungsband aufstellen:

$$\operatorname{div} \vec{j}_n = e \operatorname{div} \{ \mu_n n \vec{E} + D_n \operatorname{grad} n \} = -e \left(- \frac{\partial n}{\partial t} + G_n - R_n \right) \quad (1,3)$$

Die Erzeugungsrate G_n und die Rekombinationsrate R_n der freien Elektronen lassen sich aus Fig. 4 leicht bestimmen:

$$G_n = G_o + D^- W(E, T) \quad R_n = R_1 + R_2 \quad (1,4)$$

wobei D^- die Konzentration der mit Elektronen besetzten Haftstellen sei.

Da die Elektronen in den Haftstellen keinen Beitrag zum elektrischen Strom liefern können (sie sind in den Haftstellen ge-

bunden), vereinfacht sich ihre Kontinuitätsgleichung zu:

$$\frac{\partial D^-}{\partial t} = G_{D^-} - R_{D^-} \quad (1,5)$$

mit:

$$G_{D^-} = R_2 + G_1 \quad R_{D^-} = R_3 + D^- W(E, T) \quad (1,6)$$

Schließlich schreibt sich die Poissongleichung:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (p - p_0 - D^- - n) = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \quad (1,7)$$

Für einen unendlich ausgedehnten Halbleiter ergibt sich aus dieser letzten Gleichung im raumladungsfreien Fall eine zusätzliche, durch die Bestrahlung erzeugte Löcherkonzentration:

$$p - p_0 = \Delta p = D^- + n \quad (1,8)$$

das heißt, wenn im Dunkeln die Erzeugungsraten G_0 und G_1 verschwinden, wird $p = p_0$: Elektronen sind weder im Leitungsband noch in den Haftstellen vorhanden. Die konstante Konzentration p_0 stellt also die Konzentration der Löcher im Dunkeln dar, wenn sich die Probe im thermodynamischen Gleichgewicht befindet.

Daß die Gleichungen (1,1) bis (1,7) in sich konsistent sind, ergibt sich leicht, wenn man die Divergenz des Gesamtstromes bildet: Man erhält die Kontinuitätsgleichung:

$$\operatorname{div} \{ \vec{j}_p + \vec{j}_n \} = -e \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial D^-}{\partial t} \right\} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1,9)$$

3. Die Näherungen

Das Gleichungssystem (1,1) bis (1,7) ist nur dann vollständig, wenn im ganzen Halbleiter eine einheitliche Temperatur T herrscht: dies sei im folgenden vorausgesetzt.

Ferner soll der Halbleiter eine solche Dicke besitzen, daß alle Oberflächeneffekte vernachlässigt werden können: es wird eindimensional gerechnet. Die Dicke des Halbleiters soll aber so dimensioniert sein, daß konstante, in der Probe einheitliche optische Erzeugungsraten G_0 und G_1 gewährleistet sind.

In ihrer Diskussion über das vorgeschlagene Modell bemerkten M. Polke und K. Hasler (60), daß zwar die Anwesenheit von Minoritätsträgern eine wesentliche Voraussetzung für das Auftreten von Schwingungen sei, daß sie aber auf Grund ihrer geringeren Beweglichkeit (und Konzentration) keinen nennenswerten Beitrag zum elektrischen Strom liefern. Diese Annahme wird in den folgenden Rechnungen dadurch berücksichtigt, daß der Elektronenstrom j_n identisch gleich Null gesetzt wird.

Weitere Näherungen müssen bei den Ansätzen für die einzelnen Rekombinationsraten gemacht werden. Dazu seien folgende Bemerkungen und Näherungen gemacht:

Die Band-Band-Rekombination (R_1) erfolgt wahrscheinlich über Rekombinationszentren, die im Modell nicht berücksichtigt sind. Setzen wir voraus, daß diese Rekombination feldunabhängig ist, und führen wir für die Minoritätsträger, also für die Elektronen im Leitungsband, bezüglich dieser Rekombination eine mittlere Lebensdauer ein, so sei hier die Rekombinationsrate R_1 durch den Ansatz:

$$R_1 = n/\tau_1 \quad (1,10)$$

gegeben. Desgleichen sei für die in den Haftstellen gebundenen Elektronen bezüglich der Rekombination (R_3) eine mittlere Lebensdauer τ_3 eingeführt, so daß sich für die Rekombinationsrate R_3 der folgende Ansatz ergibt:

$$R_3 = D^-/\tau_3 \quad (1,11)$$

Die Rekombinationsrate R_2 sei durch den bimolekularen Ansatz:

$$R_2 = r_d n (D_0 - D^-) \quad (1,12)$$

gegeben, wobei D_0 , wie schon erwähnt, die Konzentration der Haftstellen ist. Setzen wir nun voraus, daß nur ein Bruchteil der Haftstellen besetzt wird, d. h., daß die Löcherkonzentration immer klein gegenüber D_0 bleibt, so ergibt sich der im weiteren benutzte Ansatz:

$$R_2 \approx r_d D_0 n = n/\tau_2 \quad \tau_2 = 1/r_d D_0 \quad (1,13)$$

Mit diesen soeben diskutierten Näherungen ergibt sich aus den Gleichungen (1,1) bis (1,7) das folgende Gleichungssystem:

$$\frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t} + G - n/\tau_1 - D^-/\tau_3 \quad (1,14)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial D^-}{\partial t} = G - n/\tau_1 - D^-/\tau_3 \quad (G = G_0 + G_1) \quad (1,15)$$

$$\frac{\partial D^-}{\partial t} = n/\tau_2 + G_1 - D^-/\tau_3 - D^-W(E,T) \quad (1,16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = e(p - p_0 - D^- - n)/\epsilon\epsilon_0 \quad (1,17)$$

$$j_p = j = e(\mu p E - D \frac{\partial p}{\partial x}) \quad (1,18)$$

In der Gleichung (1,16) tritt unter anderem die feld- und temperaturabhängige Emissionswahrscheinlichkeit $W(E,T)$ in Erscheinung: Es soll die Annahme gemacht werden, daß sie sich additiv aus einer thermisch bedingten und einer feldbedingten Wahrscheinlichkeit zusammensetzt:

$$W(E,T) = W_T + W_F \quad (1,19)$$

Die Annahme ist nicht immer berechtigt: Berücksichtigt man die Veränderung der "Ionisierungsenergie" der Haftstellen durch das elektrische Feld, so kann eine größere thermisch bedingte Emission eintreten. Dieser Effekt soll hier vernachlässigt werden, so daß die in Gleichung (1,19) definierte Wahrscheinlichkeit W_T bei vorgegebener Temperatur eine charakteristische Größe des Halbleiters bleibt (vgl. § 9, Kap. II).

Die feldabhängige Emissionswahrscheinlichkeit W_F kann eine Funktion der Stoßionisation sein. Wir wollen aber hier annehmen, daß die Feldabhängigkeit durch die innere Feldemission (Tunnel-Effekt) hervorgerufen wird, so daß W_F durch die Gleichung (3):

$$W_F = w_0 E \exp(-\gamma/E) \quad (1,20)$$

gegeben ist. Dabei hängen die konstanten w_0 und γ unter anderem von der energetischen Lage der Haftstellen in der verbotenen Zone ab. Mit dieser Gleichung schreibt sich die Emissionswahr-

scheinlichkeit (1,19):

$$W(E,T) = \alpha_0 \exp(-(\Delta\varepsilon/kT)) + w_0 E \exp(-(\gamma/E)) \quad (1,21)$$

wobei $\Delta\varepsilon$ der energetische Abstand Leitungsband-Haftstellen ist. Die Emissionswahrscheinlichkeit W nach Gleichung (1,21) ist für zwei Fälle für eine Temperatur von 80°K nach Böer (34) in Fig. 5 aufgetragen. ($\alpha_0 = 10^{11} \text{s}^{-1}$)

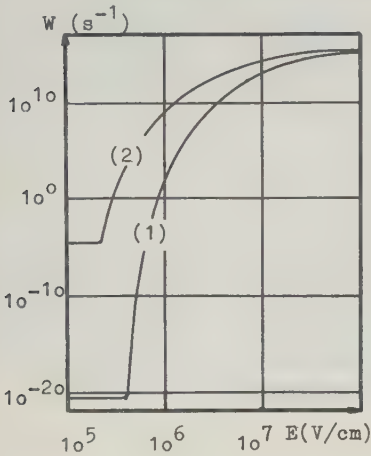


Fig. 5: Emissionswahrscheinlichkeit W nach Gleichung (1,21) (nach K. W. Böer, W. E. Wilhelm (34)). $T = 80^\circ\text{K}$. Kurve 1: $\Delta\varepsilon = 0,5$ eV, Kurve 2: $\Delta\varepsilon = 0,25$ eV.

II. DIE STATIONÄRE LÖSUNG

1. Die effektive Lebensdauer

Definitionsgemäß verschwinden im stationären Fall alle partiellen Ableitungen nach der Zeit: Der elektrische Strom wird divergenzfrei. Aus den Gleichungen (1,14) bis (1,18) ergibt sich dann das Gleichungssystem:

$$j = e\{\mu p E - D \, dp/dx\} = \text{const.} \quad (2,1)$$

$$G = n/\tau_1 + D^-/\tau_3 \quad (G = G_1 + G_0) \quad (2,2)$$

$$G_1 = D^-(W + 1/\tau_3) - n/\tau_2 \quad (2,3)$$

$$dE/dx = e(p - p_0 - D^- - n)/\epsilon\epsilon_0 \quad (2,4)$$

Während die erste dieser Gleichungen einen Zusammenhang zwischen der Löcherkonzentration p und der elektrischen Feldstärke liefert, lassen sich aus den Gleichungen (2,2) und (2,3) die feldabhängigen Konzentrationen der Elektronen im Leitungsband (n) und in den Haftstellen (D^-) bestimmen:

$$n = G \left[\tau_1 - \frac{\tau_1}{\tau_3} \frac{\tau_1/\tau_2 + b}{W + (\tau_1 + \tau_2)/\tau_2 \tau_3} \right]; \quad D^- = G \frac{\tau_1/\tau_2 + b}{W + (\tau_1 + \tau_2)/\tau_2 \tau_3} \quad (2,5)$$

$$b = G_1/(G_0 + G_1)$$

Die Konzentration n der freien Elektronen im Leitungsband ist auf Grund der möglichen Rekombination über die Haftstellen immer kleiner als $G\tau_1$: mit einer Lebensdauer τ_1 von ca. 10^{-7} s und einer starken optischen Erzeugungsrate G von ca. 10^{17} cm^{-3}/s ergibt sich eine maximale Konzentration:

$$n_{\text{max}} \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Diese maximale Konzentration wird dann erreicht, wenn entweder die Rekombination (R_3) vernachlässigt wird ($\tau_3 \rightarrow \infty$), oder aber wenn die Emissionswahrscheinlichkeit W gegen unendlich strebt

(sehr hohe elektrische Felder oder hohe Temperaturen). In diesem letzten Fall verschwindet die Konzentration der in den Haftstellen gebundenen Elektronen (D^-), so daß eine Rekombination (R_3) zwischen Haftstellen und Valenzband unmöglich wird.

Im raumladungsfreien Fall ergibt sich aus Gleichung (1,8) eine zusätzliche Löcherkonzentration:

$$p - p_0 = \Delta p = n + D^- = G\tau(E,T) \quad (2,6)$$

wobei die feld- und temperaturabhängige effektive Lebensdauer $\tau(E,T)$ eingeführt wurde:

$$\tau(E,T) = \tau_1 + \frac{(b + \tau_1/\tau_2)(1 - \tau_1/\tau_3)}{W + (\tau_1 + \tau_2)/\tau_2\tau_3} \quad (2,7)$$

Die effektive Lebensdauer τ hängt von dem Koeffizienten $b = G_1/(G_0 + G_1) \leq 1$ ab. Falls nun aber nach Gleichung (1,13) die Lebensdauer τ_2 klein gegenüber τ_1 wird (große Haftstellenkonzentration D_0), so verschwindet diese "spektrale" Abhängigkeit: Bei einem Rekombinationskoeffizienten $r_d = 10^{-7} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ und einer Haftstellenkonzentration $D_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ergibt sich eine Lebensdauer:

$$\tau_2 = 10^{-9} \text{ s}$$

Ist nun die Lebensdauer τ_1 von der Größenordnung 10^{-6} s bis 10^{-7} s , so wird die Ungleichung:

$$\tau_1/\tau_2 \gg 1 \geq b$$

erfüllt.

Die Gleichung (2,7) liefert, je nachdem ob τ_1 größer oder kleiner als τ_3 ist, eine Lebensdauer $\tau(E,T)$, die kleiner oder größer als die Lebensdauer τ_1 ist: Im ersten Fall ($\tau_1 > \tau_3$) wird die Rekombination durch die Haftstellen bestimmt, im zweiten Fall ($\tau_1 < \tau_3$) dominiert die Rekombination (R_1) über Rekombinationszentren. Bezeichnend ist noch die Tatsache, daß sich eine effektive Lebensdauer:

$$\tau(E,T) = \tau_1 \left[1 + \frac{1 + b\tau_2/\tau_1}{\tau_2 W} \right] \quad (2,8)$$

ergibt, wenn die Rekombination (R_3) vernachlässigt wird. Eine solche Abhängigkeit der Lebensdauer von der Emissionswahrscheinlichkeit W würde bei tiefen Temperaturen und kleinen Feldstärken eine beliebig große Lebensdauer für die Löcher liefern. Im Widerspruch zur Gleichung (1,13) würde das aber bedeuten, daß beliebig viele Elektronen in den Haftstellen gebunden werden können (vgl. Gleichung (2,5)).

Für sehr kleine elektrische Felder kann die feldbedingte Emissionswahrscheinlichkeit vernachlässigt werden, so daß sich dann eine effektive Lebensdauer:

$$\tau_0 = \tau_1 + \frac{(b + \tau_1/\tau_2)(1 - \tau_1/\tau_3)}{W_T + (\tau_1 + \tau_2)/\tau_2\tau_3} \quad (2,9)$$

ergibt, während sich bei sehr hohen elektrischen Feldern ($W_T \rightarrow \infty$) die Lebensdauer τ_1 ergibt. Es folgen dann die beiden Volumenleitfähigkeiten:

$$\sigma_0 = e\mu(p_0 + G\tau_0) \quad \sigma_1 = e\mu(p_0 + G\tau_1) \quad (2,10)$$

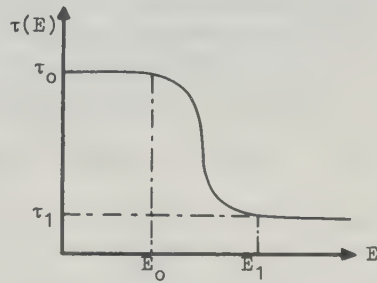
In Selen ist von M. Polke (61) eine Löcherlebensdauer von ca. 10^{-4} s gemessen worden. Nimmt man also an, daß τ_1 von der Größenordnung 10^{-6} bis 10^{-7} s ist, und daß die gemessene Lebensdauer durch Gleichung (2,7) beschrieben wird, so ist die Lebensdauer τ_1 neben der in Gleichung (2,9) definierten Lebensdauer τ_0 vernachlässigbar. Im folgenden soll diese Annahme beibehalten werden: Die bei kleinen Feldern gemessene Lebensdauer τ_0 soll groß gegenüber der sich bei hohen Feldern einstellenden Lebensdauer τ_1 sein.

Betrachtet man nun den in Fig. 5 dargestellten schnellen Anstieg der Emissionswahrscheinlichkeit W , wenn ein Wert E_0 erreicht ist, so ergibt sich schematisch für $\tau(E)$ die in Fig. 6 dargestellte Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke.

Ist nun der Abfall der effektiven Lebensdauer τ bei $E \approx E_0$ von dem Wert τ_0 auf den Wert τ_1 sehr steil, so ergibt sich aus

Gleichung (2,10) das in der Einleitung erwähnte plötzliche Umklappen der Volumenleitfähigkeit bei einer kritischen elektrischen Feldstärke ($p_0 \ll G\tau_0$).

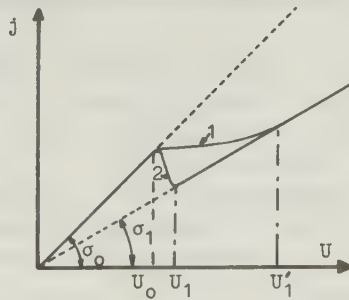
Fig. 6: Schematische Darstellung der effektiven Lebensdauer in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke



2. Die Strom-Spannungskennlinie bei homogener Feldverteilung

Mit diesen Überlegungen soll nun die Stromspannungskennlinie im Falle einer homogenen Feldverteilung diskutiert werden. In Fig. 7 sei die Stromspannungskennlinie im raumladungsfreien Fall aufgezeichnet.

Fig. 7: Die Strom-Spannungskennlinie für eine homogene Feldverteilung im Halbleiter



Bis zu dem Wert $U_0 = E_0 L$ (L = Länge der Probe) wird die Leitfähigkeit annähernd konstant und gleich $\sigma_0 = e\mu(p_0 + G\tau_0)$ sein: Der Strom nimmt linear zu.

Bezeichnet man mit E_1 die Feldstärke, bei der die Lebensdauer $\tau(E)$ gerade bzw. annähernd gleich τ_1 wird, so ergibt sich bei Spannungen oberhalb von $U_1 = E_1 L$ eine praktisch konstante Leitfähigkeit $\sigma_1 = e\mu(p_0 + G\tau_1)$.

Zwischen diesen Spannungen ist der Verlauf der Strom-Spannungskennlinie durch den Verlauf der Lebensdauer $\tau(E)$ bestimmt. Da-

bei können zwei verschiedene Fälle auftreten:

- a) Die Lebensdauer $\tau(E)$ fällt zwischen den Werten E_0 und E_1 nicht hinreichend steil ab: es kann sich kein negativer differentieller Widerstand ergeben (Kurve 1),
- b) Die Lebensdauer $\tau(E)$ fällt zwischen den beiden Werten E_0 und E_1 hinreichend steil ab: so ergibt sich ein negativer spannungskontrollierter differentieller Widerstand (Kurve 2). Die Bedingung hierfür ergibt sich leicht zu:

$$\frac{dj}{dU} < 0 \Rightarrow G \frac{d\tau(E)}{dE} < \frac{j}{e\mu} \frac{d}{dE} (1/E) \quad (2,11)$$

In dem Bereich U, in dem die Bedingung (2,11) erfüllt ist, d. h., in dem ein negativer differentieller Widerstand existiert, wird sich eine inhomogene Feldverteilung einstellen: Die angenommene homogene Feldverteilung verschwindet (32).

3. Die Methode der Charakteristiken

Nach diesen Betrachtungen soll nun das Gleichungssystem (2,1) bis (2,4) näher diskutiert werden. Mit Hilfe der Gleichung (2,6) vereinfacht sich das System zu:

$$j = e(\mu p E - D dp/dx) \quad (2,1)$$

$$\frac{e\epsilon_0}{e} \frac{dE}{dx} = p - p_0 - G\tau(E) \quad (2,12)$$

Diese Gleichungen stellen ein nichtlineares aber dynamisches System von Differentialgleichungen (63) dar: Es existiert keine explizite Abhängigkeit vom Ort x. Ein solches System läßt sich nicht allgemein lösen, ist aber unter anderem von B. K. Böer (4), (34) an Hand der Methode der Charakteristiken (63) diskutiert worden:

Wird in Gleichung (2,1) die Ableitung dp/dx der Löcherkonzentration p nach dem Ort x gleich null gesetzt, so ergibt sich eine Funktion $p_1 = p_1(E)$, die, in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke E aufgetragen, die "Diffusionsneutralitätskurve" definiert:

$$p_1 = j/e\mu E$$

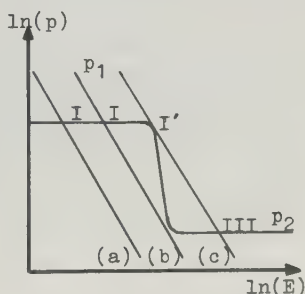
Desgleichen ergibt sich aus Gleichung (2,12) unter der Bedingung $dE/dx = 0$ eine Funktion:

$$p_2 = p_0 + G\tau(E)$$

die, als Funktion von E aufgetragen, die sogenannte Neutralitätskurve liefert.

Beide Funktionen sind im doppellogarithmischen Maßstab in Fig. 8 dargestellt.

Fig. 8: Die Diffusionsneutralitätskurve und die Neutralitätskurve in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke. Mit wachsendem Strom verschiebt sich die Diffusionsneutralitätskurve nach rechts (vgl. $p_1(a)$, $p_1(b)$ und $p_1(c)$)



Für sehr kleine Stromdichten haben die beiden Kurven p_1 und p_2 nur einen Punkt I gemeinsam: Die homogene Lösung $p = \text{const.}$ und $E = \text{const.}$ existiert und wird durch diesen Punkt dargestellt. Mit wachsender Stromdichte, d. h., mit wachsender Spannung, verschiebt sich die Diffusionsneutralitätskurve parallel zu sich selbst nach rechts ($p_1(a)$ und $p_1(b)$): Es existiert weiterhin die homogene Lösung des Punktes I.

Wird nun die angelegte Spannung so groß, daß sich der Punkt I in I' befindet ($p_1(c)$), so können zwei Fälle eintreten:

- Der Abfall der Neutralitätskurve p_2 ist kleiner als der Abfall der Kurve p_1 im Punkt I': Es existiert dann weiterhin mit wachsender Spannung eine homogene Lösung $p = \text{const.}$, $E = \text{const.}$ (nicht aufgezeichnet).
- Der Abfall der Neutralitätskurve p_2 ist größer als der Abfall der Kurve p_1 im Punkt I': Bei einer infinitesimalen Erhöhung des Stromes, d. h., der Spannung, verschwindet der für eine homogene Lösung repräsentative Punkt I. Die homogene Lösung des Punktes III kann nicht

in Betracht gezogen werden, da sie einer endlichen Erhöhung der angelegten Spannung entspricht: Es muß also dann eine inhomogene Feldverteilung auftreten. Die Bedingung für das Auftreten einer inhomogenen Feldverteilung läßt sich leicht angeben:

$$G \, d\tau(E)/dE < \frac{j}{e\mu} \frac{d}{dE} (1/E) \quad (2,11)$$

und ist identisch mit der an Hand der Stromspannungskennlinie abgeleiteten Ungleichung (2,11).

4. Vernachlässigung des Diffusionsstromes

Eine Lösung des Gleichungssystems (2,1), (2,12) läßt sich jedoch mit Hilfe der Methode der Charakteristiken nicht angeben. Um einer Lösung näher zu kommen, sei in Gleichung (2,1) der Diffusionsstrom neben dem Feldstrom vernachlässigt: Diese Vernachlässigung ist dann erlaubt, wenn der Spannungsabfall über eine Debye-Länge größer oder gleich 1 Volt beträgt. Bei einer Konzentration von 10^{12} cm^{-3} und einer Temperatur von 100°K ergibt sich eine Debye-Länge L_D von ca. 10^{-4} cm . Die elektrische Feldstärke muß also von der Größenordnung 10^4 V/cm sein (vgl. auch (61), (64)).

Aus Gleichung (2,1) läßt sich dann die Löcherkonzentration als Funktion von der elektrischen Feldstärke berechnen. Durch Einsetzen in Gleichung (2,12) ergibt sich für die elektrische Feldstärke eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\frac{\epsilon\epsilon_0}{e} \, dE/dx = (j/e\mu)/E - (p_0 + G\tau(E)) \quad (2,13)$$

5. Die Annäherung der feldbedingten Emissionswahrscheinlichkeit nach Adirowitsch

Die Integration der schon vereinfachten Gleichung (2,13) ist nicht geschlossen durchführbar. Auf eine ähnliche Gleichung ist E. I. Adirowitsch bei der Berechnung der inneren Feldemission von Majoritätsträgern gestoßen (6). Mit Hilfe der folgenden Annäherung für die feldbedingte Emissionswahrscheinlichkeit:

$$W_F(E) = \begin{cases} 0 & \text{für } |E| < E_0 \\ \infty & \text{für } |E| > E_0 \end{cases} \quad (2,14)$$

konnte der quantitative Verlauf der Feldstärke in Abhängigkeit von dem Ort x für diesen Fall bestimmt werden. Eingesetzt in Gleichung (2,7) würde eine solche Annäherung (2,13) für die effektive Lebensdauer den folgenden Verlauf ergeben:

$$\tau(E) = \begin{cases} \tau_0 & \text{für } E < E_0 \\ \tau_1 \ll \tau_0 & \text{für } E > E_0 \end{cases} \quad (2,15)$$

Die Ableitung der Lebensdauer $\tau(E)$ nach der Feldstärke E würde für $E = E_0$ einen unendlich großen negativen Wert annehmen, so daß sich nach Gleichung (2,11) eine inhomogene Feldverteilung einstellen würde. Wegen der Unendlichkeit des negativen differentiellen Widerstandes würde der Kristall als Ganzes gesehen einen negativen differentiellen Widerstand aufweisen, so daß Schwingungen zu erwarten wären.

Ferner würde die Annäherung (2,14) für die elektrische Feldstärke folgende Differentialgleichung liefern:

$$\frac{\epsilon \epsilon_0 E}{e} \frac{dE}{dx} + p_1 E = j/e\mu \quad (2,16)$$

mit:

$$p_1 = \begin{cases} p_0 + G\tau_0 & \text{für } E < E_0 \\ p_0 + G\tau_1 & \text{für } E > E_0 \end{cases}$$

Dabei ist p_1 die Löcherkonzentration, die im raumladungsfreien Fall vorliegen würde (Innenkonzentration).

Diese Differentialgleichung mit konstantem p_1 ist für einen Metall-Halbleiter-Kontakt gelöst und eingehend von M. Polke (61) diskutiert worden:

Liegt eine Verarmungsrandschicht vor, d. h., ist die Randkonzentration p_a kleiner als p_1 , so wird die Löcherkonzentration p im Halbleiter als Funktion des Ortes mit dem Abstand vom Kontakt monoton ansteigen, und für große Entfernungen vom Kontakt den Wert p_1 annehmen (vgl. Fig. 9a). Da aber die elektrische

Feldstärke umgekehrt proportional mit der Löcherkonzentration geht, wird die Feldstärke von dem Wert E_a monoton zum Wert $E_i = j/e\mu p_i$ abfallen (vgl. Fig. 9b).

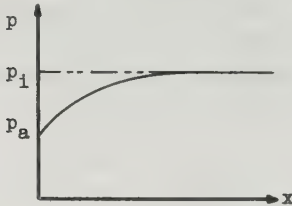


Fig. 9a

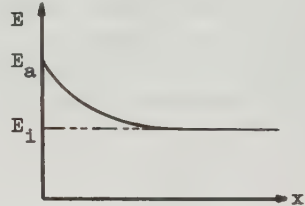


Fig. 9b

Fig. 9: Die Abhängigkeiten der Löcherkonzentration p (Fig. 9a) und der elektrischen Feldstärke E (Fig. 9b) im Halbleiter von dem Abstand x vom Kontakt (Verarmungsrandschicht)

Liegt dagegen eine Anreicherungsrandschicht vor ($p_a > p_i$), so wird die Löcherkonzentration gemäß Fig. 10a monoton mit wachsendem Abstand vom Kontakt abfallen. Entsprechend ergibt sich der Verlauf der elektrischen Feldstärke (Fig. 10b).

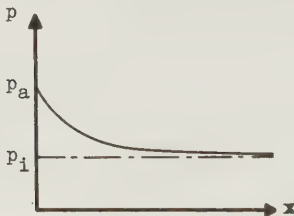


Fig. 10a

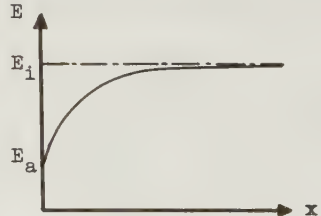


Fig. 10b

Fig. 10: Die Abhängigkeiten der Löcherkonzentration p (Fig. 10a) und der elektrischen Feldstärke E (Fig. 10b) im Halbleiter von dem Abstand x vom Kontakt: Anreicherungsrandschicht

Diesen qualitativen Überlegungen kann man folgendes entnehmen: Bei einer Verarmungsrandschicht wird die innere Feldemission zunächst am Kontakt eintreten: Dort ist die Feldstärke am größten. Bei einer Anreicherungsrandschicht wird die Feldemission zunächst im Innern des Halbleiters stattfinden.

Betrachten wir nun einen Metall-Halbleiter-Kontakt, dessen Randkonzentration p_a zwischen den beiden Werten $p_0 + G\tau_0$ und $p_0 + G\tau_1$ liegt. Sofern die Randfeldstärke E_a kleiner als die kritische Feldstärke E_0 ist, d. h., sofern die Stromdichte und damit die angelegte Spannung hinreichend klein sind, wird sich der von M. Polke (61) berechnete und in Fig. 9b dargestellte Verlauf der elektrischen Feldstärke einstellen (vgl. Fig. 11). Überschreitet aber die Randfeldstärke E_a den Wert E_0 infinitesimal, d. h., erhöht sich die elektrische Stromdichte nach Erreichen eines kritischen Wertes um einen noch so kleinen Betrag, so liegt eine Anreicherungsrandschicht vor, denn nach Voraussetzung ist p_a größer als $p_1 = p_0 + G\tau_1$.

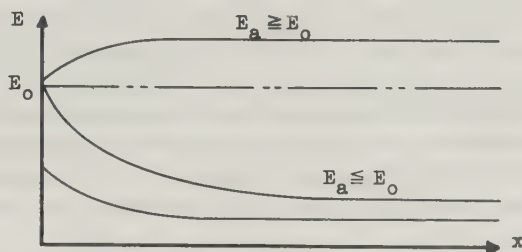


Fig. 11: Feldverlauf im Innern des Halbleiters unter Berücksichtigung der Annäherung (2,14) für die Emissionswahrscheinlichkeit ($p_0 + G\tau_1 < p_a < p_0 + G\tau_0$)

Der Verlauf der elektrischen Feldstärke im Innern des Halbleiters wird also sprunghaft von einem in Fig. 9b dargestellten Verlauf zu einem in Fig. 10b eingezeichneten Verlauf übergehen: Da das Integral über die Feldstärke die Spannung liefert, ist dieses Verhalten mit der angelegten Spannung nicht vereinbar.

6. Vorgeschlagene Näherung für die effektive Lebensdauer

Diese unstetige Abhängigkeit des Verlaufs der elektrischen Feldstärke von der Randfeldstärke ist auf die unstetige Näherung (2,15) der Lebensdauer $\tau(E)$ zurückzuführen.

Es ist daher zu erwarten, daß der oben erwähnte unstetige Verlauf der Feldstärke verschwindet, wenn eine stetige Funktion zur Näherung der Lebensdauer benutzt wird. Wir schlagen aus

diesem Grunde als Näherung für die Lebensdauer die folgende Funktion vor:

$$\tau(E) = \begin{cases} \tau_0 & \text{für } E \leq E_0 \\ \tau_0 - \Gamma(1 - E_0/E) & \text{für } E_0 \leq E \leq E_1 \\ \tau_1 & \text{für } E \geq E_1 \end{cases} \quad (2,17)$$

Diese Näherung für die Lebensdauer $\tau(E)$ stellt zunächst eine stetige Funktion in Abhängigkeit von der Feldstärke dar, sofern E_1 durch die folgende Gleichung:

$$E_1 = E_0 \frac{\Gamma}{\Gamma - (\tau_0 - \tau_1)} \quad (2,18)$$

gegeben ist. Der hier definierte Koeffizient Γ , der die Einheit einer Lebensdauer besitzt, ist durch die Ableitung dW_F/dE der feldbedingten Emissionswahrscheinlichkeit nach der elektrischen Feldstärke gegeben: Wird Γ unendlich groß, so ergibt sich die Näherung (2,15). Es sei noch bemerkt, daß der Koeffizient Γ nach unten beschränkt ist: Da die Feldstärke E_1 größer als E_0 sein soll, muß Γ der Ungleichung:

$$\Gamma \geq \tau_0 - \tau_1 \quad (2,19)$$

genügen.

7. Definition der drei Gebiete mit verschiedenen Leitfähigkeiten

Durch die Näherung (2,17) wird der Typus der Gleichung (2,16) nicht geändert: Die Differentialgleichung (2,13) läßt sich nun nach einigen Umformungen schreiben:

$$\mu \tau_r E \frac{dE}{dx} = E_i - E \quad (2,20)$$

wobei drei verschiedene Gebiete zu unterscheiden sind:

A) Gebiet I ($E \leq E_0$):

$$\tau_r = \epsilon \epsilon_0 / e \mu (p_0 + G \tau_0); \quad E_i = j / e \mu (p_0 + G \tau_0)$$

B) Gebiet II ($E_0 \leq E \leq E_1$):

$$\tau_r = \epsilon \epsilon_0 / e \mu (p_0 + G \tau_0 - G \Gamma); \quad E_1 = E_0 (1 - j / e \mu E_0 G \Gamma) / (1 - \frac{p_0 + G \tau_0}{G \Gamma})$$

C) Gebiet III ($E_1 \leq E$):

$$\tau_r = \epsilon \epsilon_0 / e \mu (p_0 + G \tau_1); \quad E_1 = j / e \mu (p_0 + G \tau_1)$$

Während sich also in den Gebieten I und III die charakteristische Relaxationszeit τ_r ergibt, weist das Gebiet II eine korrigierte Größe τ_r auf, die für hinreichend großes Γ und hinreichend große Erzeugungsrate G (starke Belichtung) einen negativen Wert annehmen kann; die Bedingung hierfür lautet:

$$p_0 + G \tau_0 < G \Gamma \quad (2,21)$$

Ferner enthält Gleichung (2,20) in den Gebieten I und III eine "innere" Feldstärke E_1 , die proportional zur elektrischen Stromdichte j ist. Betrachtet man also nur homogene Feldverteilungen, bei denen die Ableitung dE/dx der Feldstärke nach dem Ort x verschwindet, so ergeben sich in den Gebieten I und III die differentiellen Widerstände:

$$r_I = dE_{iI} / dj = 1 / e \mu (p_0 + G \tau_0) \quad (2,22)$$

$$r_{III} = dE_{iIII} / dj = 1 / e \mu (p_0 + G \tau_1)$$

Ist die Bedingung (2,21) erfüllt, so ergibt sich hingegen im Gebiet II ein negativer differentieller Widerstand:

$$r_{II} = dE_{iII} / dj = - 1 / e \mu \{ G \Gamma - (p_0 + G \tau_0) \} \quad (2,23)$$

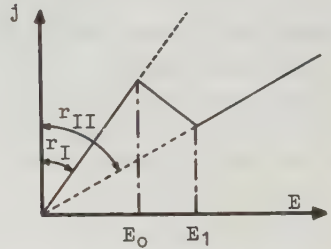
Durch die Annäherungsfunktion (2,17) für die Lebensdauer $\tau(E)$ ergibt sich eine Strom-Spannungs-Kennlinie, die in Fig. 12 dargestellt ist: Sie ist eine Näherung für die in Fig. 7 dargestellte Kennlinie.

Bei einer solchen Strom-Spannungs-Kennlinie wird unter gewissen Bedingungen die homogene Feldverteilung nicht mehr stabil bleiben (2), (32): Es wird sich eine inhomogene Feldverteilung

einstellen.

Nehmen wir also an, es existiere im Halbleiter der Länge L ein Gebiet der Länge x_0 , in dem eine homogene Feldverteilung E_{iII} vorhanden ist, und ein Gebiet der Länge $L-x_0$, in dem die homogene Feldverteilung E_{iI} existiert. Ob eine solche Feldverteilung überhaupt möglich ist, sei dahingestellt.

Fig. 12: Die durch die Näherung (2,17) bedingte Strom-Spannungs-Kennlinie für homogene Feldverteilungen (vgl. Fig. 7)



Es ergibt sich dann ein differentieller Widerstand für den Kristall:

$$r = r_I (L - x_0) + r_{II} x_0$$

Da nun der differentielle Widerstand r_{II} negativ ist, wird der gesamte differentielle Widerstand r des Halbleiters negativ, wenn die Ungleichung besteht:

$$x_0 > \frac{r_I L}{r_I + |r_{II}|} = L \left(1 - \frac{p_0 + G\tau_0}{G\Gamma} \right) \quad (2.24)$$

Ist also der Koeffizient Γ sehr groß, so wird sich ein negativer differentieller Widerstand erst dann einstellen, wenn x_0 ungefähr gleich dem Elektronenabstand ist: Dann können der äußere Widerstand oder Kontakteffekte den differentiellen negativen Widerstand zunichte machen. Ist ein solcher negativer differentieller Widerstand mit dem Auftreten einer Instabilität verbunden, so können nur Schwingungen bei verhältnismäßig kleinen "Emissionswahrscheinlichkeiten" Γ auftreten. Obwohl die angenommene Feldverteilung keineswegs bewiesen ist, scheinen die stationäre Messung von H. Kiess (1) (keine Schwingung, $x_0 = L$) und die instabilen Messungen an Se (60) (Schwingungen, x_0 ca. gleich $L/6$) hierdurch erklärbar zu sein.

8. Diskussion der Lösung (Randfeldstärke E_a als Parameter)

Die Gleichung (2,20) soll nun für den Spezialfall eines Metall-Halbleiter-Kontaktes diskutiert werden: Die Randbedingung der Differentialgleichung ist durch eine Randfeldstärke E_a bzw. durch eine Randkonzentration p_a gegeben. Ist diese Randkonzentration p_a sowohl von der Innenkonzentration der Ladungsträger als auch von der Belichtung und der elektrischen Feldstärke E_a unabhängig, so besteht zwischen der Randfeldstärke und der Randkonzentration der Zusammenhang:

$$e\mu p_a E_a = j$$

wobei p_a konstant ist.

Wie in den Figuren 9 und 10 gezeigt wurde, wird der Verlauf der Feldstärke im Innern des Halbleiters durch die Randfeldstärke, d. h., durch die Randkonzentration bestimmt. Da bei den Messungen von H. Kiess (1), M. Polke und K. Hasler (60), (61) eine erhöhte Feldstärke vor einer Elektrode bei kleinen Spannungen, aber bei starker Bestrahlung beobachtet wurde, soll für den Verlauf der elektrischen Feldstärke im Halbleiter bei kleinen Spannungen der Verlauf der Fig. 9b vorausgesetzt werden: In anderen Worten, wir verlangen am Kontakt die Existenz einer Verarmungsrandschicht:

$$p_a < p_0 + G\tau_0$$

Für kleine Spannungen wird die Feldstärke also am Kontakt maximal sein. Erhöht man nun die angelegte Spannung, d. h., erhöht man die elektrische Stromdichte, so wird die Randfeldstärke E_a , d. h., das Maximum der Feldstärke im Halbleiter zunehmen, bis sie den Wert E_0 bei einer Spannung V_0 erreicht.

Bei Spannungen unterhalb V_0 wird also die Gleichung (2,20) im Gebiet I zu lösen sein. Eine mathematische Lösung und eine physikalische Diskussion der Gleichung (2,20) im Gebiet I existieren bereits (61), so daß auf Einzelheiten für Spannungen unterhalb V_0 verzichtet werden kann. Es soll jedoch noch kurz gezeigt werden, daß sich bei Spannungen unterhalb V_0 keine konstante Feldstärke im ganzen Halbleiter bilden kann.

Linearisieren wir die Gleichung (2,20) mit dem Ansatz:

$$E = E_a (1 + \varphi); \quad E_{iI} = E_a (1 - \alpha_i)$$

so ergibt sich die lineare Differentialgleichung:

$$v_a \tau_r \frac{d\varphi}{dx} + \varphi = -\alpha_i$$

mit: $v_a = \mu E_a$; $\alpha_i = 1 - p_a / (p_0 + G\tau_0)$.

Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\varphi = -\alpha_i (1 - e^{-x/\tau_r v_a}) \quad (2,25)$$

Verlangen wir nun eine Randschicht, bei der $2p_a$ kleiner als $p_0 + G\tau_0$ ist, so wird der Koeffizient α_i von der Größenordnung 1: Die Funktion φ , also die elektrische Feldstärke wird nur dann ungefähr konstant bleiben, wenn die Ungleichung:

$$x \ll \tau_r v_a$$

erfüllt ist. Da die Randfeldstärke maximal gleich $E_0 \approx 10^5 \text{ V/cm}$ werden kann, ergibt sich mit den von M. Polke (61) an Selen gemessenen Werten:

$$\tau_r \approx 10^{-7} \text{ s}, \quad \mu = 10^{-1} \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

eine Ungleichung:

$$x \ll 10^{-3} \text{ cm}$$

während der Elektrodenabstand ungefähr 10^{-2} cm betrug.

Überschreitet nun die angelegte Spannung den Wert V_0 , so wird die Randfeldstärke E_a größer als die kritische Feldstärke E_0 . Verlangen wir nun, daß die Randfeldstärke den in Gleichung (2,18) definierten Wert E_1 nicht überschreitet, so wird die angelegte Spannung kleiner als ein kritischer Wert V_1 bleiben: Bei der angelegten Spannung V_1 soll die Randfeldstärke gerade den Wert E_1 annehmen.

Untersuchen wir nun den Spannungsbereich (V_0, V_1): In Kontaktnähe muß für Gleichung (2,20) das Gebiet II betrachtet werden. Da die mathematische Lösung dieser Gleichung in diesem Gebiet existiert (61), soll das Hauptgewicht dieser Untersuchung auf den Nachweis einer konstanten Feldstärke geschoben werden.

Linearisieren wir also Gleichung (2,20) in der Nähe des Kontaktes durch die Einführung der Variablen:

$$E = E_a(1 + \varphi); \quad E_1 = E_a(1 + \alpha_1); \quad v_a = \mu E_a \quad (2,26)$$

so ergibt sich die Lösung (vgl. Gleichung (2,25)):

$$\varphi = \alpha_1(1 - \exp(x/\lambda)) \quad (2,27)$$

wobei die positive Länge:

$$\lambda = v_a |\tau_r| = E_a \varepsilon \varepsilon_0 / e(G\Gamma - p_0 - G\tau_0) \quad (2,28)$$

eingeführt wurde. Die Lösung φ hängt also entscheidend von der Größe des in Gleichung (2,26) definierten Koeffizienten:

$$\alpha_1 = (E_1 - E_a)/E_a$$

ab: Verschwindet α_1 , so bildet sich im ganzen Halbleiter eine konstante Feldstärke $E = E_a = E_1$. Da aber die Randfeldstärke E_a größer als E_0 , aber kleiner als E_1 sein soll, wird α_1 nicht jeden beliebigen Wert annehmen können. Setzt man E_1 und E_a in die Bestimmungsgleichung für α_1 ein, so ergibt sich:

$$\alpha_1 = \frac{G\Gamma}{G\Gamma - p_0 - G\tau_0} (E_0/E_a - p_a/G\Gamma) - 1 \quad (2,29)$$

Mit dem genannten Intervall, in dem $E_a = j/e\mu p_a$ variieren kann, ergibt sich die Bedingung:

$$\alpha_{11} = \frac{p_0 + G\tau_0 - p_a}{G\Gamma - (p_0 + G\tau_0)} \cong \alpha_1 \cong \frac{p_0 + G\tau_1 - p_a}{G\Gamma - (p_0 + G\tau_0)} = \alpha_{12} \quad (2,30)$$

sofern $G\Gamma \geq p_0 + G\tau_0$ ist: Diese Bedingung ist in Gleichung (2,21) vorausgesetzt worden.

Die Ungleichung (2,30) liefert sofort folgende Aussage: Da mit dem Verschwinden des Koeffizienten α_1 das Auftreten einer konstanten Feldstärke im ganzen Halbleiter verbunden ist, wird sich nur in solchen Halbleitern eine streng konstante Feldstärke bilden können, die am Kontakt eine Verarmungsrandschicht mit der Eigenschaft $p_0 + G\tau_1 \leq p_a$ besitzen.

Diese Bedingung läßt sich auch vom physikalischen Standpunkt aus erklären.

Für kleine elektrische Felder und starke Belichtung ist die Konzentration der Löcher im Innern des Halbleiters größer als die Randkonzentration, sofern eine Verarmungsrandschicht vorliegt. Infolge der inneren Feldemission von Minoritätsträgern vermindert sich aber diese Innenkonzentration: Mit zunehmender Feldstärke nimmt die Lebensdauer $\tau(E)$ ab. Wird die Innenkonzentration soweit vermindert, daß sie gleich p_a wird, so wird ein Ohm'scher Kontakt vorliegen: folglich wird die elektrische Feldstärke im ganzen Halbleiter konstant sein. Es muß also eine Feldstärke E_1 geben derart, daß die Gleichung:

$$p_0 + G\tau(E_1) = p_a$$

erfüllt werden kann. Da nun aber die Lebensdauer minimal gleich τ_1 werden kann, lautet die hinreichende und notwendige Bedingung: $p_0 + G\tau_1 \leq p_a$.

Während sich bei einer Randschicht, die die Bedingung $p_0 + G\tau_1 \leq p_a$ erfüllt, eine streng konstante Feldstärke im ganzen Halbleiter bilden kann, wird sich bei einer Randschicht, die der Bedingung $p_0 + G\tau_1 > p_a$ genügt, nur eine quasi-konstante Feldstärke in Kontaktnähe bilden können: Das Gebiet quasi-konstanter Feldstärke sei dadurch definiert, daß die Lösung ϕ der Gleichung (2,27) absolut genommen sehr klein gegenüber 1 ist. In Kontaktnähe wird sich also ein Gebiet quasi-konstanter Feldstärke der Länge x_0 vom Kontakt her in den Kristall hinein erstrecken, sofern x_0' die Gleichung:

$$|\phi| = \xi = |\alpha_1| [\exp(x_0/\lambda) - 1] \quad (2,31)$$

erfüllt. Daraus berechnet sich die Ausdehnung des Gebietes zu:

$$x_0 = \lambda \ln (1 + \xi/|\alpha_1|) \quad (2,32)$$

Bei einer Randschicht also, die die Bedingung $p_0 + G\tau_1 > p_a$ erfüllt, wird nach Gleichung (2,30) der Koeffizient α_1 einen minimalen Wert:

$$\alpha_{12} = \frac{p_0 + G\tau_1 - p_a}{G\Gamma - (p_0 + G\tau_0)}$$

annehmen: α_{12} kann aber nur dann sehr klein werden, wenn entweder $p_0 + G\tau_1 = p_a$ wird, oder wenn $G\Gamma \approx p_0 + G\tau_0$. Durch die Größe α_{12} wird also ein $x_{0\max}$ nach Gleichung (2,32) bestimmt. Die Länge λ wird aber nach Gleichung (2,28) sehr groß, wenn $G\Gamma \approx p_0 + G\tau_0$ wird. Wird also die Emissionsgeschwindigkeit Γ verhältnismäßig klein, so daß λ über alle Grenzen wächst, so wird α_{12} im gleichen Maße über alle Grenzen wachsen, so daß sich für den Grenzfall $G\Gamma = p_0 + G\tau_0$ ein maximales x_0 von:

$$x_0 = E_a \varepsilon \varepsilon_0 \xi / e(p_0 + G\tau_1 - p_a)$$

ergibt.

Für eine Randschicht, die die Bedingung $p_a \geq G\tau_1 + p_0$ erfüllt, ergibt sich für $\alpha_1 = 0$ eine streng konstante Feldstärke im ganzen Halbleiter. In der Nähe des Wertes $\alpha_1 = 0$ läßt sich nach Gleichung (2,29) der Koeffizient α_1 nach der Randfeldstärke E_a entwickeln:

$$\alpha_1 = E_0 (E_1 - E_a) / E_1^2$$

Für hinreichend kleine α_1 wird der Wert x_0 durch die Gleichung:

$$x_0 \approx \lambda \ln(\xi/\alpha_1)$$

gegeben sein, so daß die Ableitung der Länge x_0 nach der Randfeldstärke, d. h., nach der Stromdichte, umgekehrt proportional zur Differenz $(E_1 - E_a)$ ist:

$$dx_0/dE_a = (dx_0/dj)/e\mu p_a = \lambda/(E_1 - E_a)$$

In der unmittelbaren Nähe $E_a \approx E_1$ wird die Länge x_0 bei einer kleinen Änderung der Randfeldstärke, d. h., des Stromes, eine sehr große Änderung erfahren: Da nun E_a proportional zur Stromdichte ist, und Δx_0 in erster Näherung proportional zur Änderung ΔV der angelegten Spannung sein wird ($\Delta V \approx E_a \Delta x_0$), ergibt sich eine sehr starke Sättigung in der Strom-Spannungskennlinie.

Zum weiteren Verlauf der elektrischen Feldstärke im Gebiet II, der sich entweder durch direkte Integration der Gleichung (2,20):

$$\mu\tau_r \cdot \int_{E_a}^E \frac{E dE}{E_1 - E_a} = x$$

oder aus einer von M. Polke (61) abgeleiteten Parameterdarstellung ergibt, sei nur noch folgendes gesagt: Ist die dielektrische Relaxationszeit τ_r negativ, so können zwei Fälle eintreten:

- a) ist die Ableitung dE/dx negativ, d. h., ist die Feldstärke E kleiner als E_1 , so wird die Ableitung mit wachsendem x immer kleiner (der Abfall wird entsprechend größer),
- b) ist die Ableitung dE/dx positiv, d. h., ist die Feldstärke E größer als E_1 , so wird die Ableitung immer größer.

Nachdem wir den Spannungsbereich (V_0, V_1) diskutiert haben, soll nun der Verlauf der elektrischen Feldstärke betrachtet werden, wenn die angelegte Spannung den Wert V_1 , d. h., die Randfeldstärke E_a den Wert E_1 überschreitet. Dann ist in unmittelbarer Nähe des Kontaktes die Lebensdauer gerade gleich τ_1 , also konstant, so daß sich der von M. Polke (61) berechnete Verlauf der Feldstärke in Abhängigkeit von x ergibt (vgl. Fig. 9 und 10).

Als Gesamtbild wird man also für eine Verarmungsrandschicht ($p_0 + G\tau_0 > p_a$) folgendes erhalten:

A) Randschicht, die die Bedingung: $p_0 + G\tau_1 < p_a$ erfüllt, Fig. 13

Für kleine Spannungen wird die elektrische Feldstärke gemäß der Berechnung von M. Polke (61) von dem Wert $E_a \leq E_0$ zu dem Wert $E_i = j/e\mu(p_0 + G\tau_0)$ monoton abfallen (Kurven 1,2): Es ergibt sich also eine erhöhte Feldstärke vor dem Kontakt.

Überschreitet die angelegte Spannung einen Wert V_0 , so daß die Randfeldstärke E_a den Wert E_0 überschreitet, so bildet sich in Kontaktnähe ein Gebiet quasi-konstanter Feldstärke. Je näher die Randfeldstärke E_a dem Wert E_i kommt, desto größer wird das Gebiet quasi-konstanter Feldstärke. Außerhalb dieses Gebietes fällt die Feldstärke verhältnismäßig schnell ab, bis sie bei x_1 den Wert E_0 erreicht (Kurven 3,4). Für Werte von x größer als x_1 wird sich der von M. Polke berechnete Verlauf ergeben.

Erreicht die Randfeldstärke den Wert E_i , so bildet sich im ganzen Halbleiter eine konstante Feldstärke $E = E_i$ (Kurve 5). Es stellt sich eine homogene Ladungsträgerkonzentration ein.

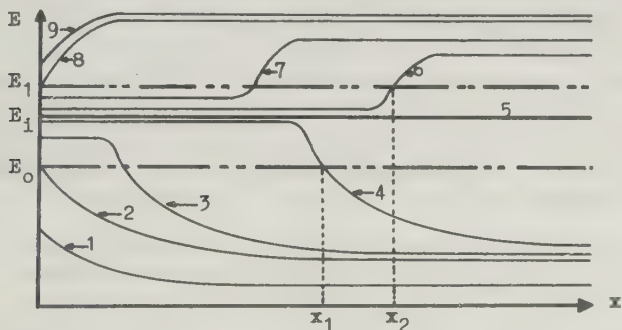


Fig. 13: Feldverlauf im Halbleiter, wenn die Randkonzentration die Ungleichung $(p_0 + G\tau_0 > p_a > p_0 + G\tau_1)$ erfüllt. Parameter ist die Randfeldstärke

Überschreitet die Randfeldstärke den Wert E_i , so wird sich zunächst in Kontaktnähe ein Gebiet quasi-konstanter Feldstärke bilden (Kurven 6,7). Das Gebiet quasi-konstanter Feldstärke wird mit wachsender Randfeldstärke kleiner. An einem Ort x_2 wird die Feldstärke E den Wert E_1 annehmen. Für $x > x_2$ muß die Lösung durch die von M. Polke (61) berechnete Funktion einer Anreicherungsrandschicht fortgesetzt werden.

Wird die Randfeldstärke E_a gerade gleich E_1 , so muß sich als Lösung die Lösung ergeben, die M. Polke für eine Anreicherungsrandschicht abgeleitet hat (Kurve 8). Wird die Randfeldstärke E_a größer als E_1 , so ergibt sich die charakteristische Lösung für eine Anreicherungsrandschicht (Kurve 9).

Ein solcher Verlauf der elektrischen Feldstärke ist mittels einer Rechenmaschine für einen Spezialfall ausgerechnet worden (4).

Für sehr große Emissionsgeschwindigkeit Γ wird nun nach Gleichung (2,18) $E_1 = E_0 \Gamma / (\Gamma - \tau_0 + \tau_1)$ ungefähr gleich E_0 , so daß der Abstand $E_1 - E_0$ sehr klein wird. In diesem Fall ergibt sich eine scharf definierte kritische Feldstärke E_0 , und der Kristall zerfällt praktisch in zwei lineare Bereiche, wobei der Bereich hoher Feldstärke bei höheren Spannungen auf Kosten des Gebietes kleiner Feldstärke anwächst. Dieses Verhalten erklärt gerade die Potentialverteilung, die von H. Kiess (1) an CdS-Einkristallen gemessen wurde. Es ergibt sich auch, nachdem sich das Gebiet hoher Feldstärke über den ganzen Kristall erstreckt hat, eine vor der Gegenelektrode erhöhte Feldstärke: Die Anreicherungsrandschicht kommt zunächst erst im Innern des Halbleiters zur Geltung. Setzt man nun die Gültigkeit der Gleichung (2,23) voraus, so ist ersichtlich, daß bei großen Emissionswahrscheinlichkeiten Γ keine Instabilitäten zu erwarten sind.

Bei Emissionsgeschwindigkeiten Γ von der Größenordnung τ_0 werden die Feldstärken E_1 und E_0 durch ein endliches, meßbares Intervall voneinander verschieden sein. Die quasi-konstante Feldstärke im Gebiet hoher Feldstärke vor dem Kontakt wird erst verhältnismäßig langsam dem Grenzwert E_1 zustreben: Damit lassen sich die Potentialmessungen von M. Polke und K. Hasler (60), (61) erklären. Legt man wiederum Gleichung (2,23) zugrunde, so läßt sich auch erklären, daß das System, oberhalb einer kritischen Ausdehnung des Gebietes hoher Feldstärke, anfängt, zu schwingen.

B) Randschicht, die die Bedingung $p_0 + G\tau_1 = p_a$ erfüllt, Fig.14

Bis zu dem Wert $E_a = E_1 = E_0$ ergibt sich qualitativ der Verlauf der Fig. 13. Wird die Randfeldstärke E_a größer als die Feld-

stärke $E_i = E_1$, so bleibt eine homogene Feldverteilung im ganzen Halbleiter möglich.

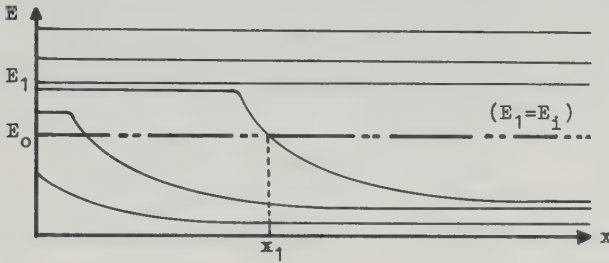


Fig. 14: Feldverlauf im Halbleiter, wenn die Randschicht die Bedingung: $p_0 + G\tau_1 = p_a$ erfüllt

C) Randschicht, die die Bedingung $p_0 + G\tau_1 > p_a$ erfüllt, Fig.15

Dann liegt die Feldstärke E_i nicht mehr zwischen E_0 und E_1 . Bleibt die Randfeldstärke E_a kleiner als E_0 , so ergibt sich der typische, von M. Polke (61) berechnete Verlauf der Feldstärke einer Verarmungsrandschicht.

Liegt der Wert der Randfeldstärke E_a zwischen den Werten E_0 und E_1 , so ergibt sich vor dem Kontakt ein Gebiet quasi-konstanter Feldstärke. Bei einem Wert $x = x_1$ wird $E = E_0$. Für Werte $x > x_1$ ergibt sich der Verlauf einer Verarmungsrandschicht.

Wird die Randfeldstärke E_a größer als E_1 , so liegt zunächst in Kontaktnähe bis zu einem Wert x_2 der typische Verlauf einer Verarmungsrandschicht vor. Für Werte $x > x_2$ ergibt sich zunächst ein Gebiet quasi-konstanter Feldstärke. Beim Wert $x = x_1$ wird E gerade gleich E_0 , so daß sich für $x > x_1$ der typische Verlauf einer Verarmungsrandschicht ergibt.

Zu bemerken sei nun noch, daß der Abstand $E_1 - E_0$ von der "Emissionswahrscheinlichkeit" Γ nach Gleichung (2,18) abhängt. Es ist also wichtig, die Größe Γ zu bestimmen.

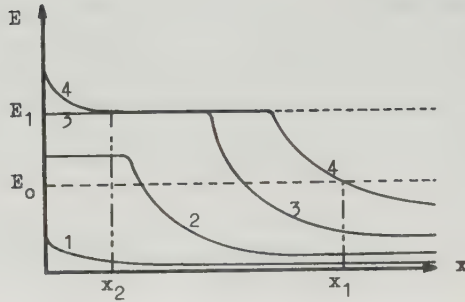


Fig. 15: Feldverlauf im Halbleiter, wenn die Bedingung $p_0 + G\tau_1 > p_a$ erfüllt ist

9. Bestimmung des Koeffizienten Γ . Temperaturabhängigkeit

In Gleichung (2,7) wurde die Lebensdauer

$$\tau(E) = \tau_1 + A/(W_F + B) \quad (2,7)$$

im Gebiet II durch die Funktion:

$$\tau(E) = \tau_0 - \Gamma(1 - E_0/E) \quad (2,17)$$

angenähert: Dadurch wurden die beiden charakteristischen Größen Γ und E_0 eingeführt, von denen der Verlauf der elektrischen Feldstärke im Halbleiter entscheidend abhängt. Die Größenordnung dieser beiden Unbekannten lässt sich durch die folgende Berechnung leicht angeben.

Die Näherungsfunktion (2,17) nimmt den Wert $\tau_0/2$ bei einer Feldstärke:

$$E_2 = 2 \Gamma E_0 / (2\Gamma - \tau_0) \quad (2,33)$$

an, und besitzt dort die Ableitung:

$$\left. \frac{d\tau(E)}{dE} \right|_{E_2} = - \Gamma E_0 / E_2^2 \quad (2,34)$$

Die exakte Lebensdauer der Gleichung (2,7) nimmt den Wert $\tau_0/2$ bei einer Feldstärke E_2 an, die sich aus der folgenden Gleichung bestimmen läßt: Nach Voraussetzung soll τ_1 klein gegenüber τ_0 sein, so daß der Bruch A/B gerade gleich τ_0 wird. Die Bestimmungsgleichung für E_2 lautet also:

$$W_F(E_2) = B = W_T + \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_2 \tau_3} \quad (2,35)$$

Ferner besitzt die exakte Lebensdauer für $E = E_2$ die Ableitung:

$$\left. \frac{d\tau(E)}{dE} \right|_{E_2} = - \frac{A}{4B^2} \left. \frac{dW_F}{dE} \right|_{E_2} = - \frac{\tau_0}{4} \frac{1}{W_F} \left. \frac{dW_F}{dE} \right|_{E_2} \quad (2,36)$$

Ist nun aus Gleichung (2,35) die Feldstärke E_2 bestimmt, so läßt sich nach Gleichung (2,36) die Ableitung der Lebensdauer nach der Feldstärke für $E = E_2$ berechnen. Die Unbekannten E_0 und Γ lassen sich dann durch Einsetzen aus den Gleichungen (2,33) und (2,34) bestimmen.

In Kapitel I wurde für die Feldabhängigkeit der Emissionswahrscheinlichkeit der Tunnel-Effekt verantwortlich gemacht. Nach Gleichung (1,20) ergibt sich dann:

$$\frac{dW_F}{dE} = (E + \gamma) W_F / E^2$$

so daß sich für diesen Fall die Größen:

$$E_0 = E_2(E_2 + \gamma)/(3E_2 + \gamma); \quad \Gamma = \tau_0(3E_2 + \gamma)/4E_2 \quad (2,37)$$

ergeben. Zur Bestimmung der Größenordnung der Unbekannten E_0 und Γ braucht also nur noch die Gleichung (2,35) gelöst zu werden. Definieren wir eine Temperatur T_0 durch die Gleichung:

$$W_T(T_0) = (\tau_1 + \tau_2)/\tau_2 \tau_3 \quad (2,38)$$

so ist wegen der exponentiellen Abhängigkeit der thermisch bedingten Emissionswahrscheinlichkeit W_T von der Temperatur die

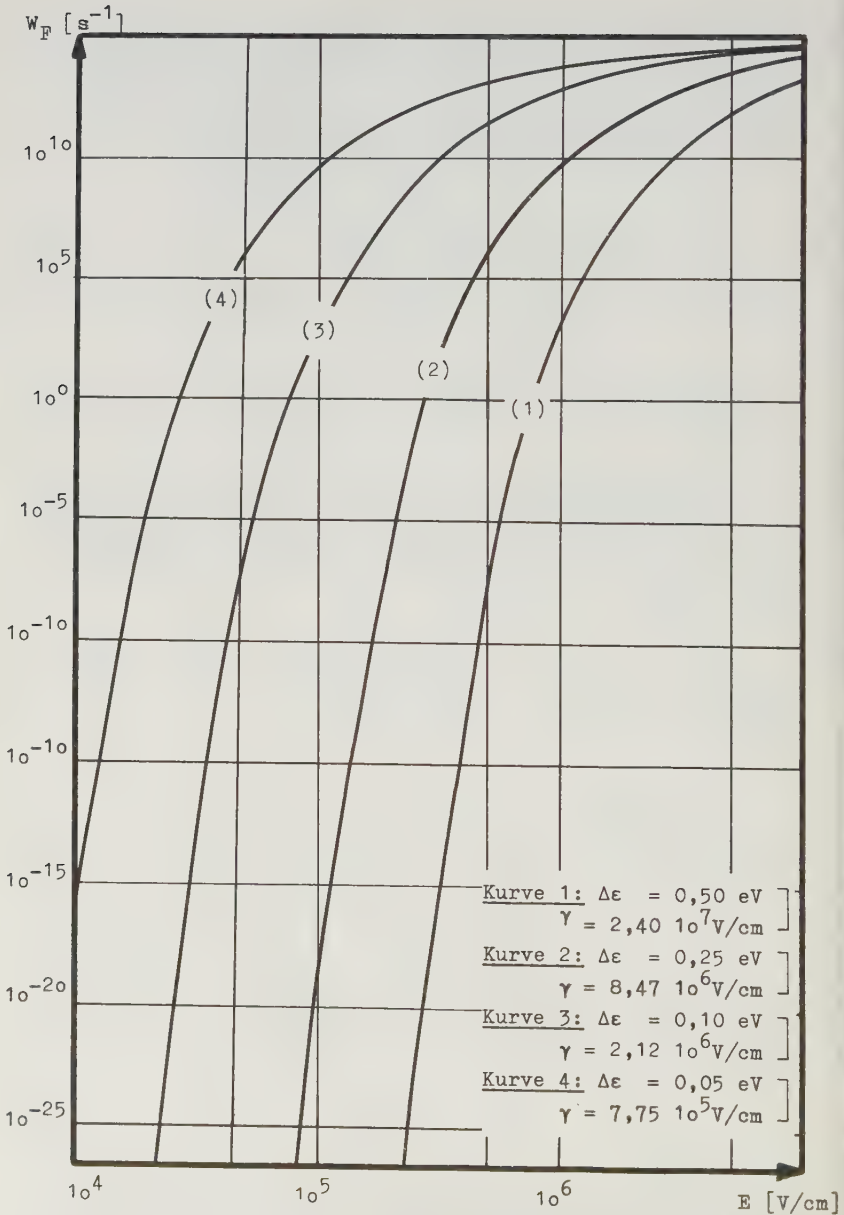


Fig. I: Die feldbedingte Emissionswahrscheinlichkeit W_F als Funktion von der elektrischen Feldstärke E

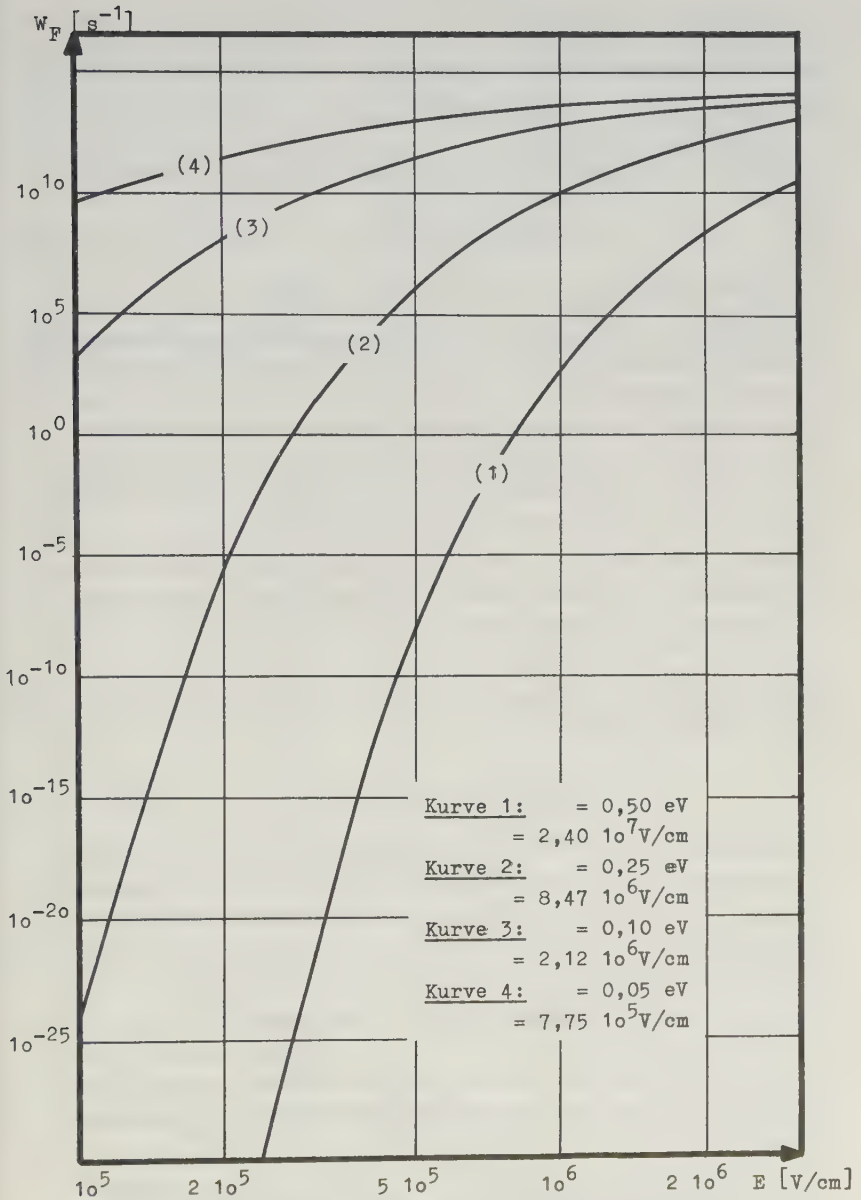


Fig. II: Die Emissionswahrscheinlichkeit als Funktion von der Feldstärke ($\Delta\epsilon$ als Parameter)

Feldstärke E_2 für Temperaturen unterhalb T_0 nahezu konstant und durch die Gleichung:

$$W_F(E_2) = W_T(T_0)$$

gegeben. Für Temperaturen oberhalb T_0 muß die Gleichung:

$$W_F(E_2) = W_T(T)$$

gelöst werden: E_2 wird dann temperaturabhängig.

In Fig. I und II ist die feldbedingte Emissionswahrscheinlichkeit W_F nach Gleichung (1,20) in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke E mit $\Delta\epsilon$ als Parameter dargestellt: Dabei ist $\Delta\epsilon$ der energetische Abstand zwischen Leitungsband und Haftstellen (die numerischen Werte sind den Berechnungen von K. W. Böer (8) entnommen, und die Abhängigkeit der Funktion von $\Delta\epsilon$ ist von W. Franz (48) berechnet worden).

In Fig. III ist die thermisch bedingte Emissionswahrscheinlichkeit $W_T = \alpha_0 \exp(-\Delta\epsilon/kT)$ als Funktion von der Temperatur T mit $\Delta\epsilon$ als Parameter aufgetragen: Der Koeffizient α_0 wurde gleich 10^{11} s^{-1} gesetzt.

Aus den Figuren I, II und III läßt sich für jede Temperatur T die Lösung der Gleichung:

$$W_F(E_2) = W_T(T)$$

gewinnen. In Fig. IV ist die Feldstärke $E_2 = E_2(T)$ in Abhängigkeit von der Temperatur T mit $\Delta\epsilon$ als Parameter aufgetragen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der gewonnene Verlauf $E_2(T)$ nur für Temperaturen größer als die durch Gleichung (3,38) definierte Temperatur T_0 seine Gültigkeit besitzt.

Aus der Temperaturabhängigkeit der Feldstärke E_2 lassen sich nun nach Gleichung (3,37) die Größen Γ und E_0 gewinnen: Als Beispiel ist der Koeffizient Γ/τ_0 in Abhängigkeit von der Temperatur T und mit $\Delta\epsilon$ als Parameter in Fig. V aufgetragen. Auch hier ist der Verlauf nur für T größer als T_0 gültig.

Die analytische Abhängigkeit der dimensionslosen Größe Γ/τ_0 von der Temperatur läßt sich durch das Iterationsverfahren

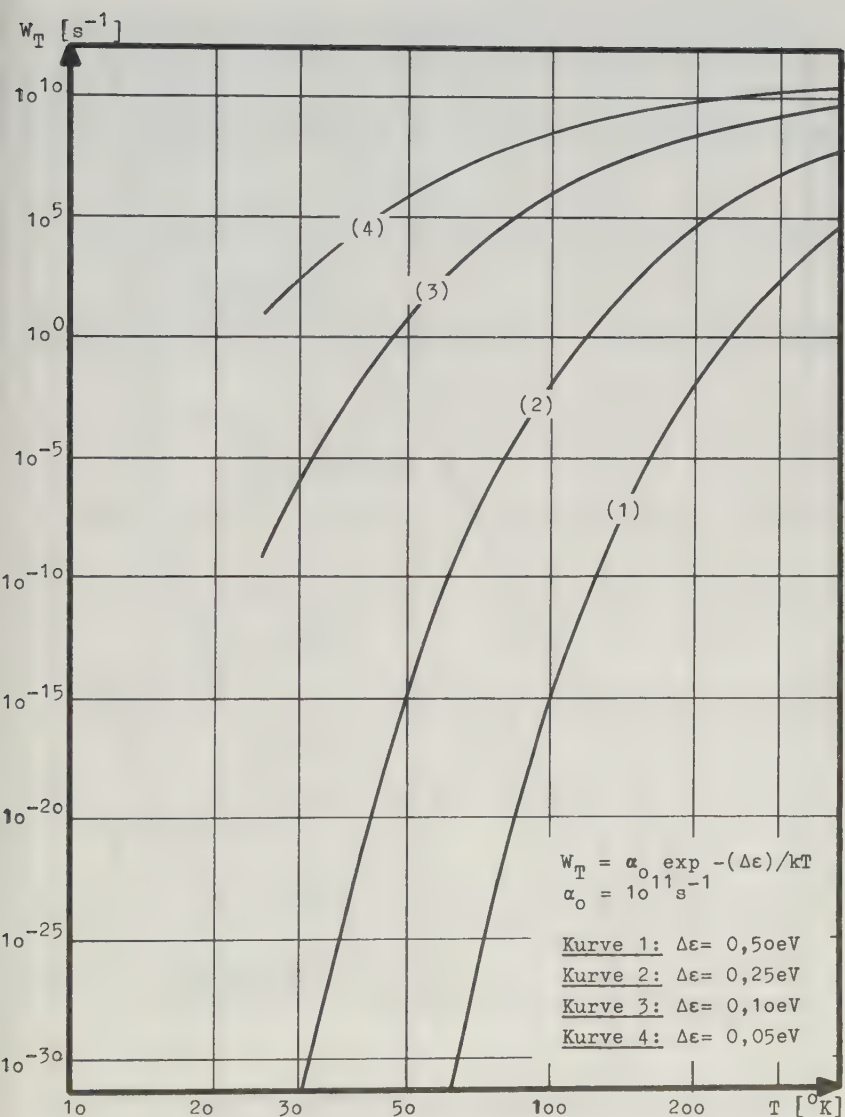


Fig. III: Die thermisch bedingte Emissionswahrscheinlichkeit W_T als Funktion von der absoluten Temperatur T ($\Delta\epsilon$ als Parameter)

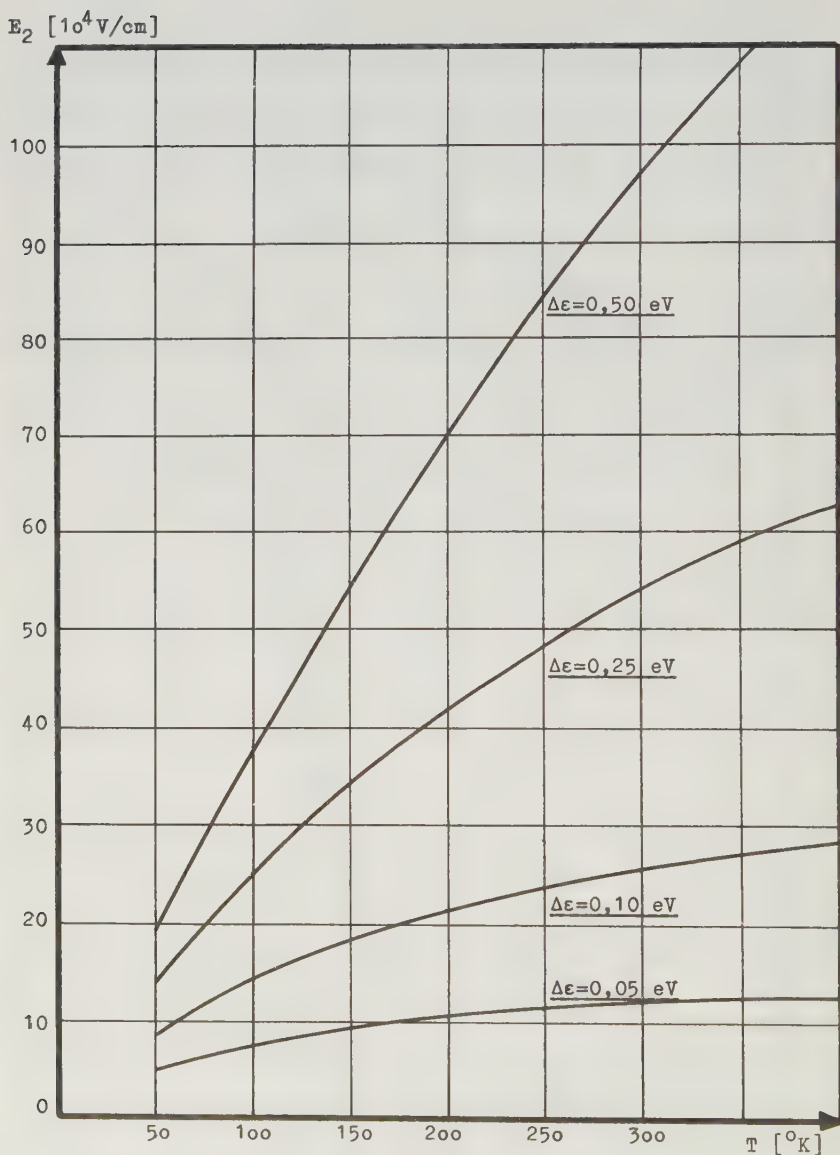


Fig. IV: Abhängigkeit der Feldstärke E_2 von der absoluten Temperatur T ($\Delta\epsilon$ als Parameter)

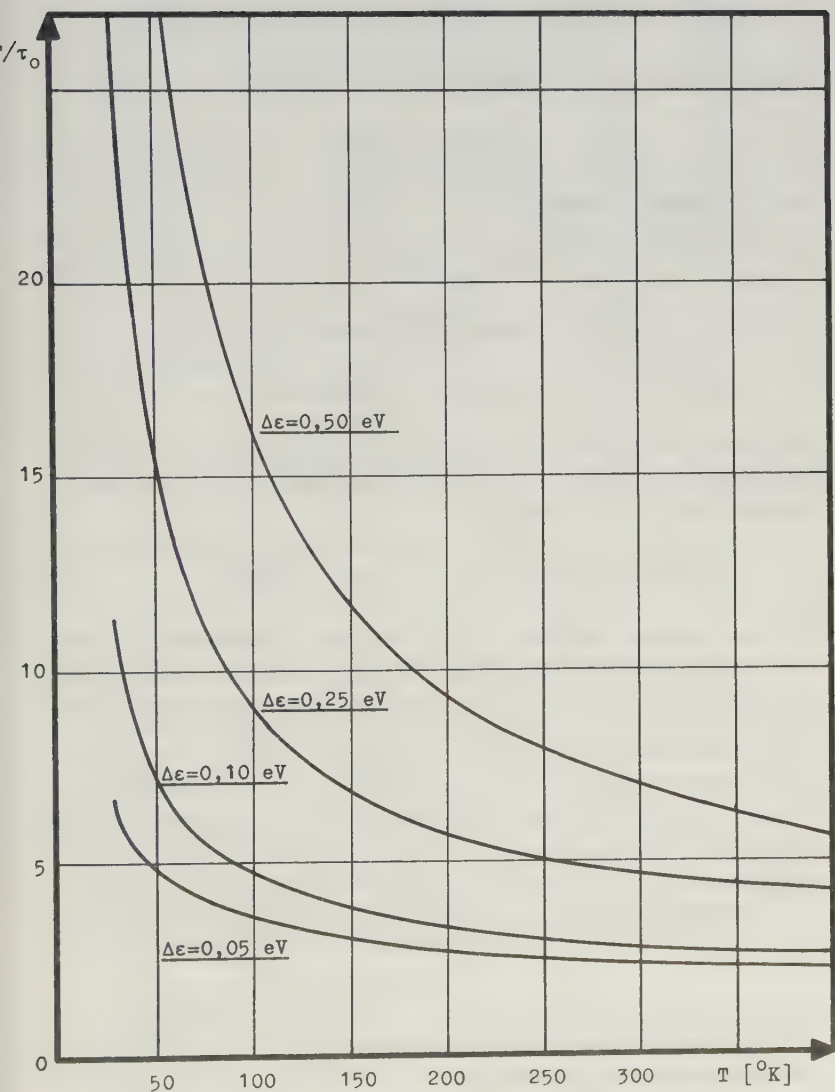


Fig. V: Abhängigkeit des Verhältniss Γ/τ_0 von der absoluten Temperatur T ($\Delta\epsilon$ als Parameter)

gewinnen. Aus der Gleichung:

$$W_F(E_2) = w_0 E_2 \exp -(\gamma/E_2) = \alpha_0 \exp -(\Delta\epsilon/kT) = W_T(T)$$

ergibt sich in erster Näherung:

$$\gamma/E_2 \approx \ln w_0 E_2 / \alpha_0 + \Delta\epsilon/kT$$

und in zweiter Näherung:

$$\gamma/E_2 = \ln(\gamma k T w_0 / \Delta\epsilon \alpha_0) + \Delta\epsilon/kT$$

so daß sich für Γ/τ_0 die (gute) Näherung:

$$\Gamma/\tau_0 \approx \frac{1}{4} \ln(20 w_0 \gamma k T / \Delta\epsilon \alpha_0) + \Delta\epsilon/4kT \quad (3,39)$$

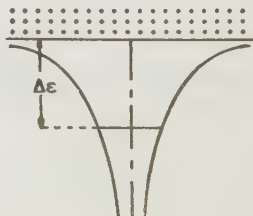
angeben läßt. Dabei ist zu bemerken, daß das im natürlichen Logarithmus auftretende Argument weder von $\Delta\epsilon$ noch von den scheinbaren Massen abhängt:

$$\gamma \sim (\Delta\epsilon)^{3/2} (m^*/m)^{1/2}; \quad w_0 \sim (\Delta\epsilon)^{-1/2} (m^*/m)^{-1/2}$$

Für Temperaturen größer als 30°K und Energieabstände $\Delta\epsilon$ kleiner als 0,5 eV bleibt der Koeffizient Γ/τ_0 kleiner als 50.

In den bisherigen Überlegungen wurde die Abhängigkeit der Emissionswahrscheinlichkeit von der Feldstärke auf den Tunnel-Effekt zurückgeführt. Es existieren jedoch andere Effekte, die auf eine feldabhängige Emissionswahrscheinlichkeit führen können: Es sei nur die Stoßionisation erwähnt. Die hier durchgeführten Berechnungen lassen sich auf solche Effekte leicht übertragen. Als Beispiel soll nun noch ein Effekt behandelt werden, der in der Literatur bisher wenig Beachtung gefunden hat.

Befindet sich ein Elektron in einer Haftstelle, so befindet es sich in einem Energiezustand, der definitionsgemäß um den Betrag $\Delta\epsilon$ unterhalb des Leitungsbandes liegt. Das Elektron be-

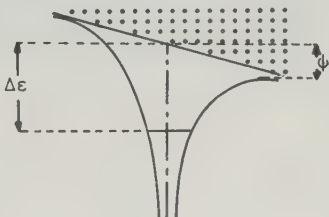


nötigt also die Ionisierungsenergie $\Delta\epsilon$, um in das Leitungsband zu gelangen. Der Potentialtopf, in dem sich das Elektron befindet, läßt sich in erster Näherung durch die Gleichung:

$$V(r) = -e/4\pi\epsilon\epsilon_0 r$$

beschreiben.

Befindet sich nun die Haftstelle in einem elektrischen Feld E in z -Richtung, so vermindert sich, ähnlich wie sich die Austrittsarbeit der Kathode einer Vakuum-Diode vermindert, die Ionisierungsenergie $\Delta\epsilon$ um einen Betrag ψ . Aus dem Maximum des Potentials:



$$V(z) = -e/4\pi\epsilon\epsilon_0 z - Ez$$

berechnet sich diese Verminderung zu:

$$\psi = 2e (eE/4\pi\epsilon\epsilon_0)^{1/2} \quad (3,40)$$

Durch die Abnahme der Ionisierungsenergie wird die thermisch bedingte Emissionswahrscheinlichkeit W_T feldabhängig:

$$W = \alpha_0 \exp -(\Delta\epsilon - \psi)/kT \quad (3,41)$$

Hier ist also die Emissionswahrscheinlichkeit nicht mehr die Summe einer thermisch bedingten und einer feldbedingten Emissionswahrscheinlichkeit, sondern das Produkt einer thermischen Emissionswahrscheinlichkeit mit einem Exponentialfaktor:

$$W = W_T \exp(\psi/kT)$$

Zu bemerken ist, daß diese Emissionswahrscheinlichkeit für "tiefer" gelegene Haftstellen (größeres $\Delta\epsilon$) wesentlich größer werden kann, als die Emissionswahrscheinlichkeit, die sich aus dem Tunnel-Effekt berechnen läßt: Bei einer Temperatur von

100°K und einer Feldstärke von $5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ besteht der Unterschied in dem Faktor $\exp(\phi/kT) \approx 2 \cdot 10^2$, bis herab zu Werten $\Delta\epsilon \approx 0,05 \text{ eV}$.

Für die in Gleichung (3,41) abgeleitete feldabhängige Emissionswahrscheinlichkeit lassen sich die Größen Γ und E_0 bestimmen.

Die Bestimmungsgleichung (2,35) für E_2 muß entsprechend geändert werden: Wird die Ungleichung $\tau_1 \ll \tau_0$ weiterhin vorausgesetzt, so nimmt die Lebensdauer $\tau(E)$ aus Gleichung (2,7) den Wert $\tau_0/2$ ein, wenn die Gleichung:

$$W_T \exp(\phi/kT) = 2 W_T + \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_2 \tau_3}$$

erfüllt wird. Daraus ergibt sich leicht:

$$\phi(E_2)/kT = \ln(2 + a \exp(\Delta\epsilon/kT)) \quad (2,42)$$

$$a = (\tau_1 + \tau_2)/\alpha_0 \tau_2 \tau_3$$

Entsprechend ergibt sich durch Einsetzen die Ableitung der Lebensdauer τ nach der elektrischen Feldstärke bei $E = E_2$ (vgl. Gleichung (2,36)):

$$\left. \frac{d\tau(E)}{dE} \right|_{E_2} = - \frac{\tau_0}{4} \left(1 + \frac{W_T}{W_T + a\alpha_0} \right) \frac{\phi(E_2)}{E_2 kT}$$

so daß sich mit Hilfe der Gleichungen (2,33) und (2,34) die Unbekannten Γ und E_0 bestimmen lassen:

$$\Gamma/\tau_0 = \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{W_T}{W_T + a\alpha_0} \right) \frac{\phi(E_2)}{kT} + 2 \right]$$

$$E_0 = E_2(1 - \tau_0/2\Gamma)$$

Für eine elektrische Feldstärke $E_2 \approx 4 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ ergibt sich eine

Erniedrigung:

$$\phi(E_2) \approx 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$$

so daß sich für Temperaturen größer als 100°K ein Verhältnis Γ/τ_0 kleiner als 3 ergibt.

10. Eine Theorie für das Einsetzen der Schwingungen

Im zweiten Kapitel, § 8, konnte die Feldverteilung im Halbleiter in Abhängigkeit von der Randfeldstärke E_a als Parameter diskutiert werden. Es zeigte sich, daß der Kristall unter bestimmten Bedingungen in zwei Bereiche verschiedener Feldstärken zerfallen kann.

Mit der Annahme, in diesen Bereichen existiere eine homogene Feldverteilung, konnte durch die Gleichung (2,24) eine kritische Länge x_0 definiert werden: Überschreitet die Länge des Bereiches hoher Feldstärke diesen kritischen Wert, so kann der Kristall einen negativen differentiellen Widerstand aufweisen.

Im Laufe der Rechnungen konnte aber gezeigt werden (§ 8), daß sich in den eben erwähnten Bereichen eine inhomogene Feldverteilung einstellt: Es müssen also die Raumladungen berücksichtigt werden.

Zu diesem Zweck wird uns die Gleichung (2,20):

$$\tau_r \mu E \, dE/dx = E_i - E \quad (2,20)$$

mit verschiedenen τ_r und E_i in den beiden Bereichen, den exakten Potentialverlauf im Halbleiter liefern. Diese Gleichung läßt sich direkt integrieren, so daß sich der Spannungsabfall V über eine Länge x berechnen läßt:

$$V = E_i x - \mu \tau_r \int_1^2 E \, dE = E_i x - \frac{\mu \tau_r}{2} (E_2^2 - E_1^2)$$

Nun ist aber die Randfeldstärke E_a ausschlaggebend für den Potentialverlauf im Innern des Halbleiters. Wir wollen deshalb im weiteren eine Verarmungsrandschicht voraussetzen.

Sofern E_a kleiner als E_0 ist, wird die Feldstärke im Innern des Halbleiters überall kleiner sein als diese Randfeldstärke:

Die Feldemission spielt dann keine Rolle, so daß sich der Spannungsabfall über den ganzen Kristall der Länge L berechnen läßt zu:

$$V = \frac{L}{e\mu(p_0 + G\tau_0)} j - \frac{\tau_{rI}\mu}{2}(E_L^2 - E_a^2)$$

Da nun die Randfeldstärke E_a größer ist als die Feldstärke E_L , ergibt sich wegen der positiven dielektrischen Relaxationszeit τ_{rI} :

$$V = \sigma_0 j + g(j) \quad g(j) \geq 0$$

In erster Näherung wird $g(j)$ proportional zum Quadrat der Stromdichte sein ($E_a = j/e\mu p_a$), so daß sich in der Stromspannungskennlinie eine "unterlineare" Stromabhängigkeit ergibt: Das Auftreten einer Grenzfeldstärke vor der Anode läßt sich also nur dann beobachten, wenn eine solche Stromspannungskennlinie gemessen wird.

Liegt nun aber die Randfeldstärke E_a zwischen den beiden Werten E_0 und E_{iII} ($E_{iII} \leq E_1$), so ergibt sich der in Fig. 13 durch die Kurve 4 dargestellte Verlauf der elektrischen Feldstärke im Halbleiter: Der Kristall zerfällt praktisch in zwei Bereiche verschiedener Feldstärken.

Die Integration der Gleichung (2.20) von dem Wert $x = 0$ bis zu dem Wert $x = x_1$, bei dem die Feldstärke den konstanten Wert E_0 annimmt, liefert den Spannungsabfall über den Bereich hoher Feldstärke:

$$V_{II} = E_{iII} x - \frac{\mu\tau_{rII}}{2}(E_0^2 - E_a^2)$$

so daß sich für diesen Bereich durch Differentiation bei festgehaltenem x_1 der differentielle Widerstand:

$$r_{II} = \frac{\partial V_{II}}{\partial j} = \frac{\tau_{rII}}{\epsilon\epsilon_0} \left[x_1 + \mu \epsilon\epsilon_0 E_a \frac{\partial E_a}{\partial j} \right]$$

ergibt. Nun ist zu erwarten, daß die Randfeldstärke E_a mit wachsender Stromdichte j zunimmt, so daß sich für hinreichend

große Γ wegen der negativen dielektrischen Relaxationszeit τ_{rII} ein negativer differentieller Widerstand ergibt.

Entsprechend berechnet sich der Spannungsabfall über den Bereich kleiner Feldstärke zu:

$$V_I = E_{iI}(L - x_1) - \frac{\mu\tau_{rI}}{2} (E_L^2 - E_0^2)$$

wobei L der Elektrodenabstand ist. Auch für diesen Bereich läßt sich bei festgehaltenem x_1 ein differentieller Widerstand berechnen:

$$r_I = \frac{\tau_{rI}}{\epsilon\epsilon_0} \left\{ L - x_1 - \mu\epsilon\epsilon_0 E_L \frac{\partial E_L}{\partial j} \right\}$$

Durch Addition der beiden differentiellen Widerstände läßt sich der differentielle Widerstand $r = r_I + r_{II}$ des Kristalls berechnen. Durch die Einführung der dimensionslosen Größen:

$$0 \leq y = \frac{p_0 + G\tau_0}{G\Gamma} \approx \frac{\tau_0}{\Gamma} \leq 1; \quad 0 \leq z = \frac{x_1}{L} \leq 1$$

ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{\epsilon\epsilon_0(1-y)}{L\tau_{rI}} r = - \left[z+y + \frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} \left\{ E_L \frac{\partial E_L}{\partial j} + y E_a \frac{\partial E_a}{\partial j} \right\} \right] + (1+y) \frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} E_L \frac{\partial E_L}{\partial j}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung läßt sich theoretisch die Stromspannungskennlinie berechnen. Wir wollen uns aber darauf beschränken, eine notwendige Bedingung dafür zu finden, daß der differentielle Widerstand r des Kristalls verschwindet bzw. negativ wird.

Der differentielle Widerstand r verschwindet, wenn z den Wert z_0 annimmt:

$$z_0 = (1-y) \left(1 - \frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} E_L \frac{\partial E_L}{\partial j} \right) - y \frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} E_a \frac{\partial E_a}{\partial j} \quad (2,44)$$

so daß für Werte $z > z_0$ der differentielle Widerstand des Kristalls negativ wird. Vernachlässigt man die Randfeldstärken

E_L und E_a , so ergibt sich die entsprechende Gleichung (2,24). Während $y \approx \tau_o/\Gamma$ eine charakteristische Größe des Kristalls ist (vgl. § 9), wird z_o unter anderem eine Funktion von den Randfeldstärken sein. Wir wollen zunächst voraussetzen, daß sowohl E_a als auch E_L mit wachsender Stromdichte zunehmen. Da nun z_o positiv sein soll, liefert die Gleichung (2,44) ein erstes Kriterium dafür, ob überhaupt ein negativer differentieller Widerstand auftreten kann. Die rechte Seite der Gleichung (2,44) setzt sich aus zwei Termen zusammen, wobei der zweite negativ ist. Die Bedingung schreibt sich also:

$$1 > \frac{\mu \epsilon \epsilon_o}{L} E_L \frac{\partial E_L}{\partial j} \quad (2,45)$$

Zur Diskussion dieser Ungleichung sei auf Fig. 13 zurückgegriffen: Der uns hier interessierende Teil sei in Fig. 16 dargestellt.

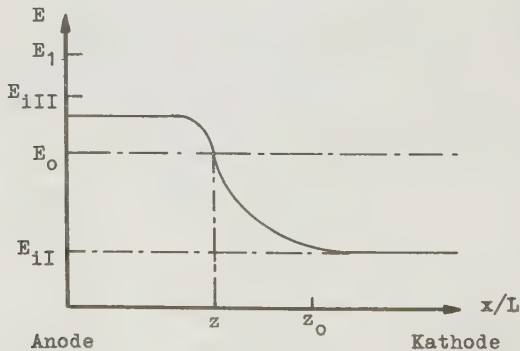


Fig. 16: Zur Diskussion der Ungleichung (2,45)

In der Umgebung von z existiert eine verhältnismäßig große Raumladung. Sofern diese Raumladungszone die Kathode nicht berührt, d. h., sofern z hinreichend klein ist, wird die Feldstärke E_L ungefähr gleich E_{1I} sein. Sofern also z_o hinreichend klein ist, wird die Gleichung:

$$E_L = j/e\mu(p_o + G\tau_o)$$

erfüllt sein. Die Ungleichung (2,45) schreibt sich dann:

$$1 > \frac{\mu \epsilon \epsilon_0}{L(e\mu)^2} \frac{j}{(p_0 + G\tau_0)^2}$$

Je größer die Erzeugungsrate G und je größer der Elektrodenabstand L ist, desto eher wird die Ungleichung (2,45) erfüllt. Verlangen wir eine hinreichend große Erzeugungsrate G , so daß $G\tau_0 \gg p_0$, so ergibt sich wegen der Proportionalität $G = \alpha B_0$ zwischen der Erzeugungsrate G und der Bestrahlungsstärke B_0 :

$$\alpha^2 B_0^2 L > \frac{\mu \epsilon \epsilon_0}{(e\mu)^2} j$$

Die Stromdichte hängt nun unter anderem auch von der Bestrahlungsstärke B_0 ab. M. Polke und K. Hasler (60) bestimmten experimentell den Zusammenhang zwischen Stromdichte und Bestrahlungsstärke:

$$j = \beta B_0^c \quad (1/3 \leq c \leq 1/2)$$

so daß sich die obige Ungleichung auch schreiben läßt:

$$B_0^{2-c} L > \frac{\mu \epsilon \epsilon_0 \beta}{(e\mu)^2 \alpha^2 z_0^2} \quad (2,46)$$

das heißt, unterhalb einer kritischen Bestrahlungsstärke sind keine negativen differentiellen Widerstände zu erwarten.

Wird nun dagegen z_0 so groß, daß die Raumladung in der Umgebung von z die Kathode erreicht, so ist es möglich, daß die Ungleichung (2,45) nicht mehr erfüllt wird: Einerseits wird mit wachsendem z_0 die Randfeldstärke E_L schnell ansteigen, und andererseits nimmt die Ableitung $\partial E_L / \partial j$ stark zu. Nun ist eine stationäre Dichteabweichung nach einer Debye-Länge L_D praktisch abgeklungen: Es ist daher zu erwarten, daß Kristalle, die für den Wert $z_0 \approx 1 - L_D/L$ keinen negativen differentiellen Widerstand aufweisen, nicht mehr zum Schwingen ange-regt werden können.

Zur weiteren Diskussion der Gleichung (2,44) sei noch folgen-

des gesagt: Mit zunehmendem $y = \tau_0/\Gamma$, d. h., mit abnehmendem Verhältnis Γ/τ_0 , nimmt der kritische Wert z_0 ab. Nach § 9 dieses Kapitels wächst aber mit zunehmender "Tiefe" $\Delta\epsilon$ das Verhältnis Γ/τ_0 , also auch z_0 .

Bevor wir zu einem numerischen Beispiel übergehen, sei noch kurz auf die Ableitung der Randfeldstärke E_a nach der Stromdichte eingegangen. Sofern die Randkonzentration p_a als Konstante angesehen werden darf, ergibt sich die Proportionalität:

$$E_a = j/e\mu p_a$$

zwischen Stromdichte und Randfeldstärke. Für kleine Werte von E_a dürfte diese Gleichung ihre Gültigkeit haben. Bei Feldstärken von der Größenordnung $(10^4 - 10^5)$ V/cm können jedoch Effekte auftreten, die die Randkonzentration verändern. Als Beispiele seien der Schottky-Effekt oder der Tunnel-Effekt erwähnt.

Der Schottky-Effekt berücksichtigt die Abnahme der Austrittsarbeit der Anode infolge der Bildkraft. In unserem Fall existiert eine quasi-konstante Feldstärke vor der Anode, so daß wir die für einen Ohm'schen Kontakt von F. Stöckmann abgeleiteten Formeln benutzen dürfen. Ist $\Delta\phi$ die Erniedrigung der Austrittsarbeit der Anode, so gelten die Gleichungen (65):

$$\Delta\phi = e(eE_a/4\pi\epsilon\epsilon_0)^{1/2}$$

$$j = e\mu p_a E_a \exp(\Delta\phi/kT)$$

Aus diesen Gleichungen berechnet sich die Ableitung der Randfeldstärke E_a nach der Stromdichte zu:

$$\frac{\partial E_a}{\partial j} = \frac{E_a}{j} \left(1 + \frac{\Delta\phi}{2kT}\right)^{-1}$$

Wir wollen nun zu dem numerischen Beispiel übergehen. Die folgenden Werte sind einer Arbeit von M. Polke (61) entnommen:

$$j = 8 \cdot 10^{-3} \text{ A/cm}^2; \quad \epsilon\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-13} \text{ As/Vcm}; \quad L = 4 \cdot 10^{-2} \text{ cm};$$

$$\mu = 3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{Vs}; \quad p_0 + G\tau_0 = 5,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}; \quad p_a = 1,8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

Durch Einsetzen dieser Werte ergibt sich leicht:

$$\frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} E_L \frac{\partial E_L}{\partial j} \ll 1 \text{ mit } E_L = j/e\mu(p_0 + G\tau_0)$$

Ferner berechnet sich die Randfeldstärke E_a zu:

$$E_a = 9,25 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$$

so daß sich für $T = 200^\circ\text{K}$ ergibt:

$$\frac{\mu\epsilon\epsilon_0}{L} E_a \frac{\partial E_a}{\partial j} = 3,38$$

Mit diesen Werten schreibt sich die Gleichung (2,44):

$$z_0 = 1 - 4,38 y$$

Nun konnte M. Polke (61) durch Potentialmessungen eine Länge des Gebietes hoher Feldstärke von $60 \mu\text{m}$ messen. Wenn wir annehmen, daß dieser Wert dem zugehörigen z_0 entspricht, so ergibt sich:

$$1/y = \Gamma/\tau_0 \approx 5,5$$

Die Größenordnung dieses Verhältnisses stimmt sehr schön mit den in § 9 berechneten Werten überein. Ein solches Verhältnis bei einer Temperatur von 200°K entspricht für $\Delta\epsilon$ dem Wert (vgl. Fig. V):

$$\Delta\epsilon \approx 0,2 \text{ eV}$$

Aus Fig. IV ergibt sich dann eine Randfeldstärke:

$$E_a \approx E_2 \approx 3,5 \cdot 10^5 \text{ V/cm.}$$

11. Die Tilgungen

Zum Schluß dieses Kapitels sei noch auf das Problem der beobachteten Tilgungseffekte eingegangen. Experimentell hat man einerseits einen thermischen, und andererseits einen optischen Tilgungseffekt beobachten können. Bevor wir diese beiden Effekte getrennt behandeln, seien noch einige Kriterien diskutiert, die für den Lauf der bisherigen Rechnungen entscheidend waren.

Der Einfluß der Feldemission auf die durch Gleichung (2,7) definierte effektive Lebensdauer $\tau(E)$ ist nur dann zu berücksichtigen, wenn der Wert τ_0 , den die effektive Lebensdauer bei hinreichend kleinen Feldstärken annimmt, "wesentlich" größer ist als der Wert τ_1 , den sie bei hinreichend großen Feldstärken annimmt: An Hand von experimentellen Daten wurde für Selen gezeigt, daß das Verhältnis τ_0/τ_1 groß gegenüber 1 ist (vgl. § 1, Kapitel II). Die Feldemission wird also nur dann eine wesentliche Rolle spielen können, wenn das Verhältnis τ_0/τ_1 "wesentlich" größer als 1, sagen wir größer oder gleich 2 ist. Mit Hilfe der Gleichung (2,9) ergibt sich somit eine notwendige Bedingung:

$$\frac{(b + \tau_1/\tau_2)(1 - \tau_1/\tau_3)}{W_T(T) + W_T(T_0)} \cong \tau_1 \quad (2,47)$$

wobei wir die durch Gleichung (2,38) definierte Temperatur T_0 eingeführt haben. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so wird die Feldemission keine entscheidende Rolle spielen können.

Im allgemeinen wird man bei hohen Haftstellenkonzentrationen D_0 annehmen dürfen, daß die Lebensdauer τ_2 verschwindend klein ist gegenüber τ_1 (vgl. Gleichung (1,13)). Ist dieses der Fall, so wird man den auf der linken Seite der obigen Ungleichung auftretenden Koeffizienten $b = G_1/(G_0 + G_1) \leq 1$ neben τ_1/τ_2 vernachlässigen können. Unter diesen Umständen läßt sich die Bedingung (2,47) umformen:

$$1 - 2 \tau_1/\tau_3 \cong \tau_2 W_T(T) \quad (2,48)$$

Die Aussage dieser Ungleichungen läßt sich physikalisch leicht

deuten: Ein entscheidender Einfluß der Feldemission ist nämlich nur dann zu erwarten, wenn bei hinreichend kleinen Feldstärken "genügend" viele Elektronen in den Haftstellen gebunden werden können.

Einen weiteren Einfluß haben die Größen τ_0 und τ_1 auf die in den Figuren 13 bis 15 dargestellten Feldverläufe. Diese Feldverläufe wurden unter der Annahme der Existenz einer Verarmungsrandschicht erhalten:

$$p_a < p_0 + G\tau_0$$

Nimmt man nun an, daß die Randkonzentration p_a größer ist als die Konzentration p_0 , so wird τ_0 nicht beliebig klein sein dürfen:

$$\tau_0 > \tau_{0k} \quad (2,49)$$

Wird unter irgendeinem äußeren Einfluß der Wert der Lebensdauer τ_0 verkleinert, so ist es möglich, daß die Voraussetzung der Existenz einer Verarmungsrandschicht nicht mehr gewährleistet bleibt: Die Feldemission zündet zunächst im Innern des Halbleiters, und nicht mehr am Kontakt.

Ein analoges Verhalten ergibt sich, wenn man durch einen äußeren Eingriff die Lebensdauer τ_1 vergrößert: Der Feldverlauf der Fig. 13 ergibt sich nur dann, wenn die Ungleichung:

$$p_0 + G\tau_1 < p_a$$

erfüllt ist. Überschreitet τ_1 einen kritischen Wert τ_{1k} , der die Gleichung $p_0 + G\tau_{1k} = p_a$ erfüllt, so ergibt sich nicht mehr der in Fig. 13 dargestellte Feldverlauf, sondern die in Fig. 15 dargestellte Feldverteilung.

Ein weiterer Faktor, der für die Feldverteilung im Innern des Halbleiters entscheidend ist, stellt die Größe Γ dar.

Ist das Verhältnis Γ/τ_0 hinreichend groß, so wird sich die durch Gleichung (2,18) definierte Feldstärke E_1 nur wenig von dem Wert E_0 unterscheiden: Das Gebiet II (vgl. Gleichung (2,20)) wird sehr schmal, so daß sich die "Struktur" der Feldverteilung im Gebiet II nicht mehr sichtbar machen läßt. In dem Ge-

biet hoher Feldstärke vor dem Kontakt herrscht eine quasi-konstante Feldstärke E_a , die sich kaum von der inneren Feldstärke E_{iII} unterscheidet: Mit wachsender Spannung wird man das "Streben" der quasi-konstanten Feldstärke hin zu dem Wert E_{iII} nicht beobachten können. Damit ist eine sehr scharf definierte kritische Feldstärke vor dem Kontakt zu erwarten: Vergleiche hierzu die Potentialmessungen von H. Kiess (1) an CdS-Einkristallen.

Wird hingegen das Verhältnis Γ/τ_0 hinreichend klein, so vergrößert sich das Gebiet II: Die Struktur der Feldverteilung im Gebiet II wird sichtbar, so daß die quasi-konstante Feldstärke vor dem Kontakt mit wachsender Spannung verhältnismäßig "langsam" gegen den Wert E_{iII} streben wird. Damit werden die von M. Polke (61) und K. Hasler (60) an hexagonalem Selen durchgeführten Messungen verständlich.

Mit Hilfe der soeben angestellten Überlegungen lassen sich die beobachteten Tilgungseffekte erklären:

a) Die thermische Tilgung

Oberhalb der Zimmertemperatur verschwinden einerseits die von M. Polke und K. Hasler (60) beobachteten Stromoszillationen, und andererseits die sehr scharf definierte kritische Feldstärke vor der Kathode bei den Potentialmessungen von H. Kiess (1). Dieser beobachtete thermische Tilgungseffekt läßt sich im Rahmen dieser Theorie leicht erklären.

Bei Temperaturen unterhalb T_0 wird die Ungleichung (2,47) weiterhin bestehen: Die Lebensdauer τ_0 ist dann praktisch temperaturunabhängig.

Überschreitet aber die Temperatur den Wert T_0 , so wird die linke Seite der Ungleichung (2,47) mit zunehmender Temperatur exponentiell abnehmen, so daß die Ungleichung oberhalb einer kritischen Temperatur nicht mehr erfüllt sein wird. Da die Haftstellen sehr flach unter dem Leitungsband liegen, wird sich diese kritische Temperatur nur wenig von T_0 unterscheiden. Da der Tilgungseffekt bei Zimmertemperatur eintritt, muß für T_0 ein Wert von ca. $(250 - 300)^\circ\text{K}$ angenommen werden.

Die Ungleichung (2,48) würde unter der Annahme $\tau_1 \ll \tau_3$ die folgende Relation liefern:

$$1 \approx \tau_2 W_T(300^\circ\text{K})$$

Die Temperatur hat ferner noch einen Einfluß auf die Größe Γ/τ_0 (vgl. § 9, Kap. II). Mit zunehmender Temperatur ($T > T_0$) nimmt das Verhältnis Γ/τ_0 ab. Dadurch wird die Struktur des Feldverlaufs im Gebiet II sichtbar, so daß die quasi-konstante Feldstärke vor der Anode mit wachsender Spannung "langsamer" gegen den Grenzwert E_{III} strebt.

So schön und einfach sich der thermische Tilgungseffekt erklären läßt, so schwierig ist es, den optischen Tilgungseffekt zu begründen.

b) Die optische Tilgung

Durch zusätzliche Ultraroteinstrahlung versuchten M. Polke und K. Hasler (60) den Feldemissionseffekt zu beeinflussen. Eine Tilgung des Effektes wäre dann zu erwarten, wenn die Frequenz der zusätzlichen Einstrahlung dem Energieabstand $\Delta\epsilon$ zwischen Leitungsband und Haftstellen entsprechen würde. Bei einer zusätzlichen Bestrahlung mit einer Wellenlänge $\lambda = 800 \text{ nm}$ wurde tatsächlich ein Tilgungseffekt beobachtet: Allerdings ist der zugehörige Energiebetrag der Photonen ($h\nu \approx 1,55 \text{ eV}$) zu hoch, um noch bei der Feldemission eine Rolle spielen zu können.

Eine Erklärung dieser optischen Tilgung läßt sich aus dem Einfluß der zusätzlichen Einstrahlung auf die Lebensdauer τ_1 herleiten.

Die Rekombination (R_1) wird wahrscheinlich über Rekombinationszentren verlaufen, die in dieser Theorie nicht berücksichtigt wurden. Die eingeführte Lebensdauer τ_1 wird aber eine Funktion der Besetzung der Rekombinationszentren sein. Liegen zum Beispiel die Rekombinationszentren $1,55 \text{ eV}$ über dem Valenzband in der verbotenen Zone, so werden durch die zusätzliche Einstrahlung Elektronen aus dem Valenzband in die Rekombinationszentren gehoben. Damit nimmt die Besetzungswahrscheinlichkeit der Rekombinationszentren zu, und als Folge ist eine größere Lebensdauer τ_1 zu erwarten.

Eine Zunahme der Lebensdauer τ_1 hat aber einen Einfluß auf die Ungleichung (2,48): Wird die Lebensdauer τ_1 so weit erhöht, daß sie mit der Größenordnung von τ_3 übereinstimmt (oder grö-

Ger als τ_3 wird), so läßt sich die Ungleichung (2,48) nicht mehr erfüllen. Wie schon in Kapitel II, § 1 erwähnt, wird dann die Rekombination im wesentlichen über die Haftstellen verlaufen, so daß die Feldemission keine wesentliche Rolle mehr spielen kann.

Es sei noch erwähnt, daß die Lebensdauer τ_1 nicht bis zu dem Wert τ_3 erhöht werden muß, um eine Tilgung zu erreichen: Es genügt, den Wert von τ_1 so zu vergrößern, daß er gleich τ_{1k} wird. Es erfolgt dann ein Übergang von einem in Fig. 13 dargestellten Feldverlauf zu einer in Fig. 15 dargestellten Feldverteilung.

III. DAS NICHTSTATIONÄRE GLEICHUNGSSYSTEM

=====

In Anbetracht der Schwierigkeiten, die schon bei der Lösung des stationären Gleichungssystems auftreten, wird man geneigt sein, die Suche nach einer Lösung des nichtstationären Systems als eine unüberwindbare Aufgabe anzusehen. Will man die elektronische Rechenmaschine vermeiden, so wird man gezwungen, das Gleichungssystem durch sukzessive Näherungen, die sich nicht immer theoretisch einwandfrei begründen lassen, so zu vereinfachen, daß eine geschlossene Lösung möglich wird. Sofern die Ergebnisse mit dem Experiment vergleichbar sind, wird man die nicht immer begründeten Näherungen akzeptieren: Möglicherweise wird dann eine aufwendigere Rechnung nützlich sein.

Wir wollen darauf hinweisen, daß eine "exakte" Lösung des Gleichungssystems nicht angestrebt wird: Wir werden alle nichtlinearen Gleichungen linearisieren, die Störungsrechnung erster Ordnung durchführen, und aus der abgeleiteten Dispersionsgleichung einige Aussagen machen können.

1. Die Grundgleichungen

Das nichtstationäre Gleichungssystem ist in Kapitel I abgeleitet worden und lautet:

$$(1/e) \partial j / \partial x = - \partial p / \partial t + G - n / \tau_1 - D^- / \tau_3 \quad (1,14)$$

$$\partial n / \partial t + \partial D^- / \partial t = G - n / \tau_1 - D^- / \tau_3 \quad (1,15)$$

$$\partial D^- / \partial t = n / \tau_2 + G_1 - D^- / \tau_3 - D^- W(E, T) \quad (1,16)$$

$$\partial E / \partial x = e (p - p_0 - D^- - n) / \epsilon \epsilon_0 \quad (1,17)$$

$$j_p = j = e (\mu_p p E - D \partial p / \partial x) \quad (\mu_p = \mu) \quad (1,18)$$

Wegen der Vernachlässigung des Elektronenstromes j_n neben dem Löcherstrom j_p stellt die Gleichung (1,14) die Kontinuitätsgleichung (1,9) dar:

$$\partial j / \partial x = - \partial Q / \partial t = - \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial x} \quad (3,1)$$

Ersetzt man nun die Gleichung (1,14) durch die Gleichung (3,1), so hat man im Gleichungssystem neben der Gleichung (1,18) eine zweite Gleichung gefunden, die die Elektronenkonzentration n nicht mehr enthält. Aus den drei Gleichungen (1,15) bis (1,17) läßt sich die Größe n ebenfalls eliminieren, so daß sich die beiden Gleichungen ergeben:

$$(\tau_1 \frac{\partial}{\partial t} + 1)(p - p_0 - \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{\partial E}{\partial x}) = G \tau_1 + D^-(1 - \tau_1 / \tau_3) \quad (3,2)$$

$$(\tau_2 \frac{\partial}{\partial t} + 1)D^- = G_1 \tau_2 + D^- \tau_2 (W + 1 / \tau_3) + (p - p_0 - \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{\partial E}{\partial x}) \quad (3,3)$$

Diese zwei Gleichungen bilden mit den Gleichungen (3,1) und (1,18) ein System, das die Konzentration D^- der mit Elektronen besetzten Haftstellen nur in den beiden erstgenannten Gleichungen enthält. Es liegt daher nahe, die Konzentration D^- aus diesen Gleichungen zu eliminieren: Es ergibt sich dann:

$$\left(\tau_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \tau_1 (W + 1 / \tau_1 + 1 / \tau_2 + 1 / \tau_3) \frac{\partial}{\partial t} + (W + \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_2 \tau_3}) \right) \times \quad (3,4)$$

$$\times (p - p_0 - G \tau_1 - \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{\partial E}{\partial x}) = G(1 - \tau_1 / \tau_3)(b + \tau_1 / \tau_2)$$

Wenn man bedenkt, daß die Emissionswahrscheinlichkeit $W(E, T)$ keine einfache Funktion von der gesuchten elektrischen Feldstärke ist, scheint eine weitere Rechnung undurchführbar zu sein.

Es werden jedoch Frequenzen ω von der Größenordnung 1 s^{-1} erwartet: die Lebensdauer τ_1 ist von der Größenordnung (10^{-6} bis 10^{-7})s, so daß wir in der obigen Gleichung den Operator $\tau_1 \partial / \partial t$ neben 1 vernachlässigen können ($\omega \tau_1 \ll 1$). Damit wird natürlich die Mannigfaltigkeit der Lösungen beschränkt.

Unter diesen Umständen läßt sich die durch Gleichung (2,7) definierte Lebensdauer $\tau(E)$ einführen: Gleichung (3,4) schreibt

sich nämlich:

$$\left(A_0 (\tau - \tau_1) \frac{\partial}{\partial t} + 1 \right) \left(p - \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{\partial E}{\partial x} \right) = p_0 + G \tau(E) \quad (3,5)$$

wobei die Konstante:

$$A_0 = \frac{1 + \tau_1/\tau_2}{(b + \tau_1/\tau_2)(1 - \tau_1/\tau_3)} \quad (3,6)$$

eingeführt wurde. Aus der abgeleiteten Gleichung (3,5) ergibt sich als Kontrolle im stationären Fall die bekannte Gleichung:

$$dE/dx = e(p - p_0 - G \tau(E)) / \epsilon \epsilon_0 \quad (2,12)$$

Das System der drei Gleichungen (3,1), (3,5) und (1,18) bildet ein nichtlineares System, das zwei wesentliche Schwierigkeiten enthält.

Zunächst wird durch die Gleichung (1,18) ein komplizierter Zusammenhang zwischen den unbekannten Funktionen geliefert: eine Vereinfachung dieser Gleichung besteht darin, den Diffusionsstrom der Löcher neben dem Feldstrom zu vernachlässigen (vergl. Kapitel II). Es ergibt sich dann die Beziehung:

$$j = e \mu p E \quad (3,7)$$

Mit dieser Beziehung zwischen den Unbekannten Funktionen läßt sich in Gleichung (3,5) die Löcherkonzentration p eliminieren, so daß nur noch ein System von zwei Differentialgleichungen zu lösen ist.

Die zweite Schwierigkeit besteht in der Nichtlinearität des Gleichungssystems. Außerdem tritt der Operator $\tau(E) \partial / \partial t$ in Erscheinung, der die unbekannte Funktion E enthält. Aus diesen Gründen soll das Gleichungssystem linearisiert werden: das stationäre Gleichungssystem liefert zur konstanten Stromdichte j_0 eine elektrische Feldstärke $E_s = E_s(x)$, die mit der (stationären) Löcherkonzentration $p_s = p_s(x)$ an jedem Ort durch die Beziehung:

$$j_0 = e \mu p_s E_s$$

verknüpft ist. Führen wir nun die Variablen I und φ durch die

Gleichungen:

$$j = j_0(1 + I); \quad E = E_s(1 + \varphi) \quad (3,8)$$

ein, so läßt sich die Störungsrechnung erster Ordnung durchführen. Es ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\left(A_0 \{ \tau_s - \tau_1 \} \frac{\partial}{\partial t} + 1 \right) \left(I - \varphi \left(1 + \frac{Q_s}{e p_s} \right) - \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} \frac{E_s}{p_s} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = G \Delta \tau / p_s \quad (3,9)$$

$$j_0 \partial I / \partial x = - \frac{\partial}{\partial t} \{ Q_s \varphi + \epsilon \epsilon_0 E_s \partial \varphi / \partial x \} \quad (3,10)$$

wobei die "stationäre" Raumladung:

$$Q_s = \epsilon \epsilon_0 \partial E_s / \partial x = e \{ p_s - p_0 - G \tau_s \} \quad (3,11)$$

eingeführt wurde. Auf der rechten Seite der Gleichung (3,9) tritt die Differenz $\Delta \tau = \tau(E) - \tau(E_s)$ in Erscheinung. Sofern die effektive Lebensdauer $\tau(E)$ feldunabhängig ist, also bei hinreichend kleinen oder genügend großen Feldstärken (Gebiete I und III), verschwindet diese Differenz. Da wir die Störungsrechnung durchführen, wird es erlaubt sein, diese Differenz $\Delta \tau$ durch die Entwicklung:

$$\Delta \tau = \frac{d\tau_s}{dE_s} E_s \varphi \quad (3,12)$$

zu ersetzen. Damit sind alle im Gleichungssystem auftretenden Größen definiert.

Es sei bemerkt, daß die stationäre Raumladung Q_s eine entscheidende Rolle spielen kann: auf eine Abschätzung der Größenordnung von Q_s sei vorläufig verzichtet.

Eine weitere Diskussion des Gleichungssystems wird erleichtert, wenn man auf die Ergebnisse des zweiten Kapitels zurückgreift.

Durch die Einführung der Näherungsfunktion (2,17) für die effektive Lebensdauer wurde gezeigt, daß nur das Gebiet II eine negative dielektrische Relaxationszeit aufweist (Vergl. Gleichung (2,20)). Es ist daher zu erwarten, daß Instabilitäten, wenn sie überhaupt auftreten, in diesem Gebiet zu erwarten sind. Das Ex-

periment zeigt auch, daß für das Einsetzen der Oszillationen eine quasi-konstante Feldstärke vor der Anode erforderlich ist. Aus diesen Gründen werden wir uns damit begnügen, das Gleichungssystem im Gebiet II zu behandeln.

Es konnte ferner gezeigt werden, daß die Feldstärke E_s im Gebiet II praktisch konstant bleibt (quasi-konstante Feldstärke). Es ist daher möglich, alle stationären Größen (E_s , p_s , und q_s) als quasi-konstant anzusehen, bzw., durch einen Mittelwert zu ersetzen:

$$E_s(x) \Rightarrow \bar{E}_s; \quad p_s(x) \Rightarrow \bar{p}_s; \quad q_s(x) \Rightarrow \bar{q}_s$$

Mit dieser Annahme läßt sich aus dem Gleichungssystem die Funktion I durch partielle Differentiation eliminieren: Mit Hilfe der Gleichung (3,12) und der Näherungsfunktion (2,17) ergibt sich dann:

$$\left(\bar{\tau} \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) \left(\frac{\bar{q}_s}{j_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \bar{\tau}_r \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \bar{E} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \bar{\tau}_r \bar{v} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = \frac{e \mu G \Gamma E_0}{j_0} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (3,14)$$

wobei wir die Größen:

$$\bar{\tau} = A_0(\bar{\tau}_s - \tau_1); \quad \bar{\tau}_r = \frac{\epsilon \epsilon_0}{e \mu \bar{p}_s}; \quad \bar{E} = 1 + \frac{\bar{q}_s}{e \bar{p}_s}; \quad \bar{v} = \mu \bar{E}_s \quad (3,15)$$

als Abkürzungen eingeführt haben.

Die Gleichung (3,14) ist natürlich nicht exakt: Über die verschiedenen Näherungen läßt sich diskutieren. Wichtig ist aber die Tatsache, daß durch die Näherungsfunktion (2,17) für die effektive Lebensdauer die rechte Seite der Gleichung (3,14) nicht stetig bleibt: In Wirklichkeit muß eine Dirac-Funktion auftreten, da die Ableitung der Näherungsfunktion (2,17) nach der Feldstärke für den Wert $E_s = E_0$ (und $E_s = E_1$) nicht existiert. Diese Schwierigkeit wird umgangen, indem wir das Gleichungssystem nur im Gebiet II betrachten wollen (In den Gebieten I und III verschwindet die rechte Seite der Gleichung (3,14)).

Die Gleichung (3,14) läßt sich unter gewissen Bedingungen vereinfachen. Der Koeffizient $\bar{E}$ enthält die stationäre Raumladung q_s . Vergleicht man die beiden Terme:

$$\frac{\bar{Q}_s}{j_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{\bar{Q}_s}{e p_s} \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

miteinander, so ergibt sich durch den Ansatz einer ebenen Welle die Beziehung:

$$\left| \frac{\bar{Q}_s}{j_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right| = \omega \left| \frac{\bar{Q}_s}{j_0} \varphi \right| \ll \left| \frac{\bar{Q}_s}{e p_s} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right| = \left| \frac{\bar{Q}_s}{e p_s} \varphi \right| |K|$$

sofern die Ungleichung:

$$\omega \ll \mu E_s |K| \quad (3,16)$$

erfüllt ist. Mit einer Wellenlänge, die dem Elektrodenabstand entspricht (10^{-2} cm) und einer Feldstärke $E_s = 10^5$ V/cm ergibt sich mit einer Beweglichkeit $\mu = 10^{-1}$ cm²/Vs:

$$\omega \ll 10^6 \text{ s}^{-1}$$

eine Ungleichung, die für Werte $\omega \approx 1 \text{ s}^{-1}$ erfüllt ist. Wir werden also den Term $(\bar{Q}_s/j_0) \partial \varphi / \partial t$ neben $(\bar{Q}_s/e p_s) \partial \varphi / \partial x$ vernachlässigen.

Durch die Einführung der Funktion:

$$\Phi = \partial \varphi / \partial x \quad (3,17)$$

ergibt sich dann die partielle Differentialgleichung:

$$\{\bar{\tau} \frac{\partial}{\partial t} + 1\} \{\bar{\tau}_r \frac{\partial \Phi}{\partial t} + E \Phi + \bar{\tau}_r \bar{v} \frac{\partial \Phi}{\partial x}\} = \alpha \Phi \quad (3,18)$$

wobei die dimensionslose Größe:

$$\alpha = e \mu G \Gamma E_0 / j_0 \quad (3,19)$$

eingeführt wurde. Es sei bemerkt, daß diese Differentialgleichung auch dann noch gilt, wenn wir uns im Gebiet I befinden: Es verschwindet lediglich der Koeffizient α .

Wir haben eine partielle Differentialgleichung abgeleitet, die sich mit Hilfe des Ansatzes einer ebenen Welle leicht lösen

läßt: Um Instabilitäten nachzuweisen, geht man im allgemeinen von dem Ansatz einer ebenen Welle:

$$a_0 \exp j(K x - \omega t) \quad (3,20)$$

für die Störungsfunktion aus (Φ). Nach H. Rother (66) werden die beiden durch diesen Ansatz eingeführten Größen zerlegt:

$$\omega : \text{reell} \quad K = K(\omega) = \kappa + j\delta \quad (3,21)$$

so daß im allgemeinen eine Dämpfung in Richtung der Gruppengeschwindigkeit $v_g = \partial\omega/\partial\kappa$ zu erwarten ist: Eine lokale Störung der homogenen Verteilung wird dann mit der Zeitkonstanten $t_0 = 1/dv_g$ dissipiert. Instabilitäten treten nur dann auf, wenn in irgendeinem, wenn auch schmalen Frequenzbereich (Frequenzband) Lösungen existieren, für die die Zeitkonstante t_0 negativ ist.

Dieses Prinzip soll hier angewandt werden.

2. Die Dispersionsgleichung

Mit dem im ersten Paragraphen dieses Kapitels diskutierten Ansatz (3,20) einer ebenen Welle ergibt sich durch Einsetzen die Dispersionsgleichung:

$$\alpha = \{1 - j\omega\bar{\tau}\} \{ \bar{B} + j\bar{\tau}_R \bar{v} K - j\bar{\tau}_R \omega \} \quad (3,22)$$

d.h., wenn man gemäß Gleichung (3,21) zerlegt:

$$\bar{v} \bar{\tau}_R d = \bar{B} - \frac{\bar{\tau}_R}{\bar{\tau}} \left\{ \frac{\bar{v} \kappa}{\omega} - 1 \right\} \quad (3,23)$$

$$\alpha = \bar{\tau}_R \{ \bar{v} \kappa - \omega \} \{ \omega\bar{\tau} + 1/\omega\bar{\tau} \} \quad (3,24)$$

Dabei ist zu bemerken, daß die stationäre Raumladung q_0 durch den Koeffizienten $\bar{B}$ nur mit der Dämpfung d verknüpft ist.

Bevor wir diese Gleichungen im einzelnen diskutieren, wollen wir die Dispersionsgleichungen für die Gebiete I und III analysieren.

Nach §1, Kapitel III verschwindet der Koeffizient α in den Gebieten I und III: die effektive Lebensdauer ist dort feldunabhängig. Die Dispersionsgleichung (3,24) liefert dann die einzige

Lösung:

$$\omega = \bar{v}k = \mu \bar{E}_s k \quad (3,25)$$

Die Gruppengeschwindigkeit $v_g = \partial\omega/\partial k$ und die Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = \bar{v}$ unterscheiden sich nicht, und sind mit der Driftgeschwindigkeit $\bar{v}$ der Löcher identisch:

$$v_g = v_{ph} = \bar{v} = \mu \bar{E}_s \quad (3,26)$$

Bei einer quasi-konstanten Feldstärke $\bar{E}_s = 5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ und einer Beweglichkeit $\mu = 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ergibt sich eine Gruppengeschwindigkeit v_g von:

$$v_g \approx 5 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$$

Betrachten wir nun eine Welle mit einer Wellenlänge, die dem Elektrodenabstand entspricht (10^{-2} cm), so ergeben sich nach Gleichung (3,25) Frequenzen von der Größenordnung:

$$\omega \approx (10^5 - 10^6) \text{ s}^{-1}$$

Mit Hilfe der Gleichung (3,23) ergibt sich für die Dämpfung:

$$\bar{v} \bar{\tau}_r d = \bar{B} \quad (3,27)$$

Der Koeffizient $\bar{B}$ enthält die stationäre Raumladung q_s . Da sich aber in den Gebieten I und III nur dann eine quasi-konstante Feldstärke $\bar{E}_s$ in einem Gebiet der Ausdehnung 10^{-2} cm bilden kann, wenn keine Raumladungen vorhanden sind ($\bar{E}_s$ wird dann mit der inneren Feldstärke E_i identisch, vergl. Gleichung (2,20)), ergibt sich für den Koeffizienten $\bar{B}$ der Wert 1. Die charakteristische Zeit:

$$t_0 = 1/d v_g = \bar{\tau}_r$$

wird positiv, und ist mit der dielektrischen Relaxationszeit identisch: Es können in diesen Gebieten keine Instabilitäten auftreten. Jede lokale Störung ist nach einer Zeit $t_0 = \bar{\tau}_r$ dissipiert: Diese Ergebnisse waren für die "normalen" Gebiete

I und III zu erwarten. Die Verhältnisse werden aber anders, wenn man das Gebiet II näher betrachtet.

3. Die Gruppengeschwindigkeit

Führt man die dimensionslose Größe $x = \omega \bar{\tau}$ ein, so ergibt sich aus Gleichung (3,24) die Relation:

$$\{\bar{v} - v_g\} \{x + 1/x\}^2 + v_g x_1 \{1 - 1/x^2\} = 0 \quad (3,29)$$

$$x_1 = \alpha \bar{\tau} / \bar{\tau}_r$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß die Gruppengeschwindigkeit gegen den Wert $\bar{v}$ strebt, wenn die Frequenz unendlich groß wird. Ferner erfüllt die Gruppengeschwindigkeit die Beziehung:

$$v_g(\omega) = v_g(-\omega)$$

Zur weiteren Diskussion sei angenommen, daß der durch die Gleichung (3,29) eingeführte Koeffizient x_1 groß gegenüber 1 ist: In der numerischen Auswertung wird es sich zeigen, daß diese Annahme gerechtfertigt ist. Unter diesen Umständen ergibt sich aus (3,29) die Gleichung:

$$v_g/\bar{v} = \{x^2 + 1\}^2 / \{x^2 - x_1\} \{x^2 - 1\}$$

In Fig. 17 ist das Verhältnis $v_g/\bar{v}$ in Abhängigkeit von der Frequenz schematisch dargestellt.

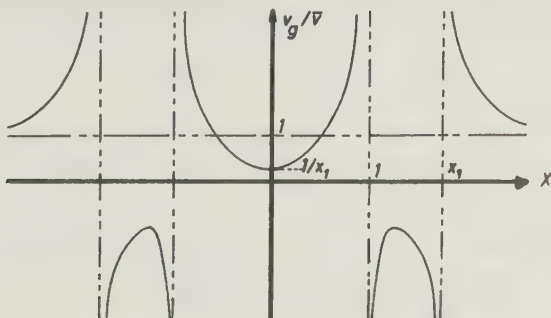


Fig. 17: Abhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit v_g von der Frequenz ($x = \omega \bar{\tau}$).

Das Vorzeichen von der Gruppengeschwindigkeit v_g läßt sich leicht bestimmen:

$$\begin{aligned} \|\omega\tau\| > x_1 = \alpha\bar{\tau}/\tau_r \quad \text{und} \quad \|\omega\tau\| < 1 &\Rightarrow v_g > 0 \\ 1 < \|\omega\tau\| < x_1 = \alpha\bar{\tau}/\tau_r &\Rightarrow v_g < 0 \end{aligned} \quad (3,30)$$

Ferner besitzt die Gruppengeschwindigkeit bei $\omega = 0$ einen minimalen Wert:

$$v_{g \min} = \bar{v}/x_1 \quad (3,31)$$

und ein Maximum für $\|\omega\tau\| \approx (3)^{1/2}$:

$$v_{g \max} = -8 \bar{v}/x_1$$

Um Instabilitäten nachzuweisen müssen wir noch die Absorption (d) diskutieren.

4. Die Absorption (Dämpfung)

Durch die Einführung der dimensionslosen Größe $x = \omega\tau$ ergibt sich aus Gleichung (3,23) die Beziehung:

$$\bar{\tau}_r d = \{\bar{\beta}\} - \alpha/\{x^2 + 1\} \quad (3,32)$$

Aus dieser Gleichung ist leicht ersichtlich, daß die Absorption d mit wachsender Frequenz monoton von dem Wert ($\omega = 0$):

$$d_{\min} = \{\bar{\beta} - \alpha\}/\tau_r \bar{v} \quad (3,33)$$

zu dem Wert ($\omega = \infty$):

$$d_{\max} = \bar{\beta}$$

zunimmt. Ist also $\bar{\beta}$ negativ, so bleibt die Absorption d immer kleiner als Null. Ist hingegen $\bar{\beta}$ positiv und größer als α , so bleibt die Absorption immer größer als Null.

Wenn wir annehmen, daß im Bereich der quasi-konstanten Feld-

stärke vor der Anode die stationäre Raumladung vernachlässigt werden kann, so wird der Koeffizient $\bar{E}$ nach Gleichung (3,15) gerade gleich 1. Für diesen Fall ist der Absorptionskoeffizient d in Abhängigkeit von der Frequenz in Fig. 18 schematisch dargestellt ($\alpha \gg 1$).

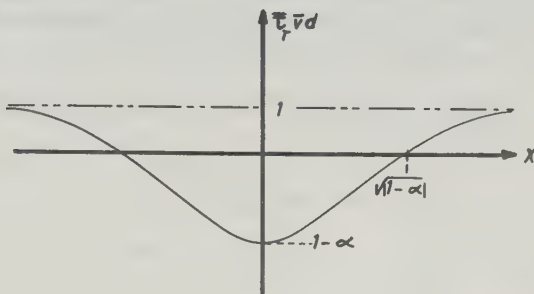


Fig. 18: Abhängigkeit der Absorption d von der Frequenz ($x = \omega \tau$)

5. Frequenzbereich, in dem Instabilitäten auftreten können

Ein Vergleich der beiden Figuren 17 und 18 liefert sofort die Frequenzbereiche, in denen Instabilitäten auftreten können: die Bereiche sind durch die Bedingung:

$$v_g d < 0$$

charakterisiert. Ohne auf alle Einzelheiten einzugehen ist ersichtlich, daß mit den Bedingungen $\alpha \gg 1$ und $\bar{E} < \alpha$ der Bereich:

$$\|\omega \tau\| < 1 \quad (3,35)$$

die notwendige Bedingung für das Auftreten von Instabilitäten erfüllt: Die Frequenz ω kann also beliebig klein werden.

6. Numerisches Beispiel (Selen)

Nachdem wir nun nachgewiesen haben, daß für hinreichend kleine Frequenzen ($\omega \tau < 1$) Instabilitäten auftreten können, wollen wir an Hand der Messwerte von M. Polke (61) das Beispiel des Selen diskutieren.

Zunächst liefert uns die Dispersionsgleichung (3,24) für hinreichend kleine Frequenzen:

$$\omega = \bar{v}_k / \{1 + x_1\} \quad (3,36)$$

wobei wir die durch Gleichung (3,30) definierte Größe x_1 wieder eingeführt haben: diese Gleichung unterscheidet sich von der in den Gebieten I und III gültigen Dispersionsgleichung (3,25) durch den Faktor $1/\{1 + x_1\} \approx 1/x_1$.

Ferner konnte gezeigt werden, daß die Gruppengeschwindigkeit v_g den minimalen Wert:

$$v_{g \text{ min}} = \bar{v}/x_1 \quad (3,31)$$

annehmen kann, so daß die Bestimmung von x_1 unerläßlich ist.

Nach den Gleichungen (3,15) und (3,19) berechnet sich die Größe x_1 zu:

$$x_1 = \left(A_0 \frac{E_0}{E_s} \frac{\Gamma}{\tau_0} \right) \left(\frac{e \mu \Gamma \tau_0}{\epsilon \epsilon_0} \right) (\bar{\tau}_s - \tau_1)$$

Wenn wir nun annehmen, daß die Lebensdauer τ_2 klein ist gegenüber τ_1 (große Haftstellenkonzentration), so wird der Koeffizient A_0 nach Gleichung (3,6) von der Größenordnung 1. Das Verhältnis $E_0/\bar{E}_s$ wird ebenfalls von der Größenordnung 1 sein: Die eingeführte stationäre $\bar{E}_s$ liegt im Gebiet II. Wenn nun die Werte:

$$\mu = 3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{Vs} ; G\tau_0 = 5,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} ; \epsilon \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-13} \text{ As/Vcm}$$

eingesetzt werden, so ergibt sich für x_1 :

$$x_1 \approx \frac{\Gamma}{\tau_0} \quad 3 \cdot 10^2 (\bar{\tau}_s - \tau_1) / \tau_0$$

Das Problem der mittleren Lebensdauer $\bar{\tau}_s$ bereitet wesentlich größere Schwierigkeiten: sie hängt empfindlich von der Randfeldstärke $E_a = \bar{E}_s$ ab. Als maximaler Wert ergibt sich jedoch:

$$\bar{\tau}_s = \tau_0$$

so daß wir schreiben können:

$$x_1 \leq 3 \cdot 10^2 \Gamma/\tau_0$$

In Kapitel II, §9 wurde gezeigt, daß das Verhältnis Γ/τ_0 von der Größenordnung 10 ist, wenn man die Feldemission auf den Tunnel-Effekt zurückführt. Unter diesen Umständen ergibt sich aus Gleichung (3,36) eine minimale Frequenz:

$$\omega_{\min} \approx 5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$$

wenn man als Wellenlänge den Wert einsetzt, der dem Elektrodenabstand entspricht (10^{-2} cm). Dieser verhältnismäßig kleine Wert stimmt nicht mit dem Experiment überein: es wurden Frequenzen von $(1 - 10) \text{ s}^{-1}$ gemessen. Man sollte darauf achten, daß sich die gemessenen Oszillationen durch eine Störungsrechnung erster Ordnung nicht beschreiben lassen können: Die Amplitude der Stromoszillationen ist keineswegs klein gegenüber dem Gleichstromwert j_0 .

Theoretisch lassen sich kleinere Frequenzen berechnen, wenn man z. B. das Verhältnis Γ/τ_0 vergrößert: allerdings wäre dann das Modell der auf dem Tunnel-Effekt beruhende Feldemission zu revidieren. Es sei noch bemerkt, daß die Wechselwirkung der Löcher mit dem Gitter durch die konstante Beweglichkeit berücksichtigt wurde: eine bessere Beschreibung dieser Wechselwirkung könnte allerdings auf kleinere Frequenzen führen (Vergl. H. Rother (66)).

Es sei schließlich noch bemerkt, daß sich eine minimale, von der Beweglichkeit unabhängige Gruppengeschwindigkeit ergibt:

$$v_{g \min} \approx 5 \text{ cm/s}$$

Dieser Wert stimmt mit Messungen, die an CdS- Einkristallen durchgeführt wurden, gut überein (5).

IV. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Obgleich das nichtstationäre Gleichungssystem noch nicht zufriedenstellend gelöst ist, haben wir in dieser Arbeit durch die Einführung einer stetigen effektiven Lebensdauer (2,17) einige erfreuliche Ergebnisse zu verzeichnen. Diese Ergebnisse lassen sich nur dann mit den experimentellen Messungen vergleichen, wenn am Kontakt eine Verarmungsrandschicht vorliegt.

1. Die eingangs erwähnten Potentialmessungen von H. Kiess (1) an Cd-S-Einkristallen zeigten die Existenz einer kritischen Feldstärke vor der Kathode (n-Leiter), die nicht überschritten werden kann: es ergab sich der in Fig. 1 dargestellte Potentialverlauf. Dieser experimentelle Befund läßt sich leicht erklären:

Sofern die Randfeldstärke E_a kleiner als E_0 bleibt, ergibt sich der typische, von M. Polke (61) berechnete und diskutierte Feldverlauf einer Verarmungsrandschicht (Vergl. Fig.9): eine in bezug auf das Kristallinnere erhöhte Feldstärke vor dem Kontakt ist zu erwarten. Die Feldemission wird im ganzen Halbleiter keine Rolle spielen können.

Überschreitet die Randfeldstärke den Wert E_0 , so "zündet" die Feldemission, und zwar zunächst in Kontaktnähe: Es wird ein Gebiet erhöhter, quasi-konstanter Feldstärke vor dem Kontakt gebildet, das sich durch eine Abnahme der Majoritätsträgerkonzentration auszeichnet.

Mit wachsender Randfeldstärke, also mit zunehmender Spannung, dehnt sich dieses Gebiet hoher Feldstärke auf Kosten des Gebietes kleiner Feldstärke aus, und erstreckt sich über den ganzen Halbleiter, wenn die Randfeldstärke den Wert E_1 erreicht ($p_0 + G\tau_1 \leq p_a$): Die Majoritätsträgerkonzentration hat sich dann im ganzen Halbleiter soweit vermindert, daß sie gerade gleich der Randkonzentration p_a wird.

Da nun der Wert der quasi-konstanten Feldstärke im Gebiet hoher Feldstärke gerade gleich E_a ist, wird die Differenz $E_1 - E_0$ dafür entscheidend sein, ob die Randfeldstärke zwischen den beiden extremen Fällen $E_a = E_0$ und $E_a = E_1$ "viel" oder "wenig" variieren wird: Im ersten Fall wird man das "Streben" der quasi-konstanten Feldstärke im Gebiet hoher Feldstärke hin zu dem Wert E_1 beobachten können, im zweiten Fall wird die Feldstärke

im Gebiet hoher Feldstärke vor dem Kontakt "konstant" bleiben. Das Verhältnis E_0/E_1 berechnet sich leicht zu:

$$E_0/E_1 = 1 - (p_0 + G\tau_0 - p_a)/G\tau = 1 - \eta \quad (4,1)$$

so daß sich für kleine Werte von η ($\eta \ll 1$) die erwähnte Potentialverteilung von H. Kiess (1) ergibt.

2. Die Potentialmessungen von M. Polke an hexagonalem Selen (61) lassen sich entsprechend erklären. Hier wurde das "Streben" der quasi-konstanten Feldstärke vor der Anode hin zu dem Wert E_1 beobachtet: Der in Gleichung (4,1) eingeführte Koeffizient η wird hier von der Größenordnung 1.

3. Die erhöhte Feldstärke, die sich bei den Messungen von H. Kiess (1) an der Gegenelektrode einstellt, wenn die homogene Feldverteilung im Halbleiter erreicht war (Vergl. Fig. 1), wurde von H. Kiess und F. Stöckmann (2) auf eine Injektion von Ladungsträgern zurückgeführt. Wir konnten aber zeigen, daß die innere Feldemission alleine diesen Effekt erklären kann, sofern die Randkonzentration die Bedingung:

$$p_0 + G\tau_1 < p_a < p_0 + G\tau_0 \quad (4,2)$$

erfüllt (Vergl. Fig. 13).

4. Durch das Auftreten einer homogenen Feldverteilung im ganzen Halbleiter konnte ohne thermodynamische Überlegungen gezeigt werden, daß eine Sättigung des Stromes in der Strom-Spannungs-Kennlinie existiert.

5. Die wesentliche Voraussetzung der Existenz einer Verarmungsrandschicht am Kontakt hat zur Folge, daß der elektrische Strom weniger als linear mit der angelegten Spannung zunimmt. Dadurch wird erklärt, daß alle hier diskutierten experimentellen Beobachtungen nur dann möglich sind, wenn eine "unterlineare" Strom-Spannungs-Kennlinie gemessen wird.

6. Die von M. Polke und K. Hasler (60) vermutete thermische Tilgung konnte in dieser Arbeit bestätigt werden.

7. Für den bisher rätselhaften optischen Tilgungseffekt bei

zusätzlicher Einstrahlung wurde eine mögliche Erklärung gegeben.

8. Durch die dargelegte Theorie für das Einsetzen der Schwingungen konnte eine Beziehung abgeleitet werden, die es erlaubt, nicht Schwingende Kristalle von schwingungsfähigen Kristallen zu unterscheiden: Die innere Feldemission von Minoritätsträgern aus flachen Haftstellen kann eine negativen differentiellen Widerstand des Kristalls zur Folge haben.

9. Durch die Beziehung (2,46) konnte gezeigt werden, daß eine minimale Bestrahlungsstärke für das Einsetzen der Oszillationen notwendig ist. Tatsächlich konnten am Selen bei kleinen Bestrahlungsstärken keine Schwingungen beobachtet werden.

10. Im Gebiet hoher Feldstärke vor der Anode konnten (niederfrequente) Instabilitäten nachgewiesen werden. Auch wenn die auf Grund des Tunnel-Effektes berechnete minimale Frequenz von 500 s^{-1} zu hoch erscheint, um mit dem Experiment vergleichbar zu sein, ist hiermit ein auslösender Mechanismus für die selbstständigen Schwingungen gefunden worden.

11. Im Gebiet hoher Feldstärke vor der Anode konnte eine von der Beweglichkeit unabhängige minimale Gruppengeschwindigkeit von einigen cm/s berechnet werden. Dieser bemerkenswerte kleine Wert stimmt mit Messungen von K. W. Böer (5) an CdS überein: Es wurden Gebiete hoher Feldstärke beobachtet, die mit einer Geschwindigkeit von $(10^{-4} - 20) \text{ cm/s}$ durch den Kristall wanderten.

Zu diesen Ergebnissen sei noch folgendes gesagt:

1. Alle Ergebnisse, die sich aus dem stationären Gleichungssystem ableiten, lassen sich überzeugend mit dem Experiment vergleichen: die Größenordnungen stimmen sehr gut überein. Allerdings muß bemerkt werden, daß nicht nur der Tunnel-Effekt bei der Feldemission eine Rolle spielen kann. Ferner wurde keine exakte Anpassung der Parameter zu einem bestimmten experimentellen Versuch angestrebt: es wurde in dieser Arbeit versucht, alle bisher vorliegenden Ergebnisse mit Hilfe des Modells der inneren Feldemission von Minoritätsträgern zu erklären.

2. Die aus dem nichtstationären Gleichungssystem gewonnenen

Ergebnisse können aus verschiedenen Gründen nicht exakt sein. Es sei darauf hingewiesen, daß hier experimentelle Messungen fehlen, um bessere Rückschlüsse auf das Wesen der beobachteten Oszillationen machen zu können: An der Technischen Hochschule in Karlsruhe werden Versuche unternommen, um das Modell besser zu begründen und um die Oszillationen näher zu untersuchen.

Zum Schluß möchte ich allen denen herzlich danken, die am Zustandekommen dieser Arbeit mitgewirkt haben. Mein Dank gilt an erster Stelle Herrn Prof. Dr. O. Madelung, der mit stets gleichbleibendem Interesse den Fortgang der Arbeit ermöglichte und förderte, mir viele hilfreiche Anregungen zukommen ließ, und auf dessen Initiative hin die besonders gute Zusammenarbeit mit dem Institut für angew. Physik in Karlsruhe zustande kam. An dieser Stelle sei besonders Herrn Prof. Dr. F. Stöckmann, der das Thema dieser Arbeit anregte, Herrn Prof. Dr. W. Ruppel und Herrn Dipl. Phys. K. Hasler für manches klärende und fördernde Gespräch gedankt.

- [1] H. Kiess: phys. stat. sol. 4, 107, (1964)
- [2] H. Kiess, F. Stöckmann: phys. stat. sol. 4, 117, (1964)
- [3] W. Franz: Ann. Phys. (Germ.) 11, 17, (1952)
- [4] K. W. Böer: Phys. Rev. 139A, 1949, (1965)
- [5] K. W. Böer: Z. Phys. 155, 170, 184, (1959)
- [6] E. I. Adirowitsch: Z. Phys. 155, 195, (1959)
- [7] K. W. Böer: Phys. of Semicond., proc. of 7th Conf.,
Paris (1964), p. 986
- [8] K. W. Böer, W. E. Wilhelm: phys. stat. sol.: 3, 1718, (1963)
- [9] Yu. S. Ryabinkin: sov. phys. sol. stat.: 6(10), 2382, (1965)
- [10] H. J. Hänsch, E. Nebauer, M. Nikolaus: phys. stat. sol.
12, 93, (1965)
- [11] E. Nebauer, E. Jahne: phys. stat. sol.: 8, 881, (1965)
- [12] K. W. Böer, U. Kümmel: phys. stat. sol.: 1, 730, (1961)
- [13] K. W. Böer, U. Kümmel: Z. ang. Phys. 12, 241, (1960)
- [14] B. K. Ridley, T. B. Watkins: Proc. phys. Soc. 78, 293, (1961)
- [15] H. Krömer: Phys. Rev. 109, 1856, (1958)
- [16] J. B. Gunn: Sol. State Comm. 1, 88, (1963)
- [17] A. L. Zakharov: sov. phys. J.E.T.P. 11, 478, (1960)
- [18] V. L. Bonch-Bruevich: sov. phys. sol. state 6, 1615, (1965)
- [19] V. L. Bonch-Bruevich, S. G. Kalashnikov: Proc. of the 7th
intern. Conf. on Semicond., Paris (1964), p. 193
- [20] E. M. Conwell, I. Zucker: J. Phys. Chem. Sol. 22, 141, 149,
(1961)
- [21] I. Zucker, E. M. Conwell: Rep. intern. Conf. on Semicond.,
Exeter, (1962), p. 851
- [22] B. K. Ridley, R. G. Pratt: phys. Letters 4, 300, (1963)
- [23] B. K. Ridley, R. G. Pratt: J. phys. chem. sol. 26, 21, (1965)
- [24] J. B. Gunn: I.B.M. J. Res. Devel. 8, 141, (1964)
- [25] J. B. Gunn: Intern. Conf. on Semicond., Plasma-Effects in
Solids, Paris, (1964), p. 199
- [26] E. W. Prohofsky: Phys. Rev. 136A, 1731, (1964)
- [27] D. E. McCumber, A. G. Chynoweth: Phys. Rev. Letters:
13 (22), 651, (1964)
- [28] L. Esaki: Phys. Rev. 109, 603, (1958)
- [29] A. K. Jonscher: Brit. J. appl. Phys. 12, 654, (1961)
- [30] E. O. Kane: J. appl. Phys. 32, 83, (1961)
- [31] T. W. Hickmott: J. appl. Phys. 33, 2669, (1962)
- [32] B. K. Ridley: Proc. Phys. Soc. 82, 954, (1963)

- [33] K. W. Böer: J. Phys. Chem. Sol. 22, 123, (1961)
- [34] K. W. Böer, W. E. Wilhelm: phys. stat. sol. 3, 1704, (1963)
- [35] D. C. Northrop, P. R. Thornton, K. E. Trezize: Sol. State Elec. 7, 17, (1964)
- [36] J. Adavi: J. appl. Phys. 32, 1101, (1961)
- [37] E. Erlbach: Phys. Rev. 132, 1976, (1963)
- [38] A. Barraud: C. R. Acad. Sci. Paris 256, 3632, (1963)
- [39] K. W. Böer, U. Kümmel, R. Rompe: Z. Phys. Chem. 200, 180, (1952)
- [40] K. W. Böer, U. Kümmel: Ann. Phys. 14, 341, (1954)
- [41] K. W. Böer, U. Kümmel: Z. angew. Phys. 12, 241, (1960)
- [42] A. L. McWorther, R. H. Redicker: Proc. Intern. Conf. on Semicond. Prag, (1960), p. 134
- [43] J. Yamashita: J. Phys. Soc. Japan 16, 720, (1961)
- [44] M. A. Lampert: J. Phys. Chem. Sol. 22, 189, (1961)
- [45] M. A. Lampert: Proc. I.R.E. 50, 1781, (1963)
- [46] K. W. Böer, E. Jahne, E. Nebauer: phys. stat. sol. 1, 231, (1961)
- [47] K. W. Böer, H. J. Hänsch, U. Kümmel, H. Lange, E. Nebauer: phys. stat. sol. 1, 169, (1961)
- [48] W. Franz: Hd. der Phys., Bd. 17, Springer-Verl. (1959), p. 166
- [49] M. Glicksmann: Intern. Conf. on Semicond., Plasma-Effects in Solids, Paris, (1964), p. 149
- [50] J. E. Drummond, B. Ancker-Johnson: Intern. Conf. on Semicond., Plasma-Effects in Solids, Paris (1964), p. 173
- [51] W. H. Bennet: Phys. Rev. 45, 89, (1934)
- [52] M. Glicksmann, R. A. Powlos: Phys. Rev. 121, 1659, (1961)
- [53] M. Glicksmann, M. C. Steele: Phys. Rev. Letters 2, 461, (1959)
- [54] B. Ancker-Johnson, R. W. Cohen, M. Glicksmann: Phys. Rev. 124, 1745, (1961)
- [55] W. Franz: Z. Naturforschung 13a, 484, (1958)
- [56] I. V. Keldysh: Sov. Phys. J.E.T.P. 6, 788, (1958)
- [57] A. Frova, P. Handler: Phys. Rev. 137 (6A), 1857, (1965)
- [58] P. Handler: Phys. Rev. 137 (6A), 1862, (1965)
- [59] K. W. Böer, H. J. Hänsch, U. Kümmel: Naturwiss. 45, 460, (1958)

- [60] M. Polke, K. Hasler: phys. stat. sol. 9, 851, (1965)
- [61] M. Polke: phys. stat. sol. 5, 279, (1964)
- [62] C. Fischler-Hazoni, F. Williams: Phys. Rev. 139 (2A),
583, (1965)
- [63] E. Kamke: Differentialgleichungen I, Akad. Verlagsgem.,
Geest-Portig, Leipzig (1961), 7. Auflage
- [64] W. Shockley, R. C. Prim: Phys. Rev. 90, 753, (1953)
- [65] F. Stöckmann: phys. stat. sol. 3, 221, (1963)
- [66] H. Rother: Ann. der Physik, 7. Folge, 5, 203, (1960)

Lebenslauf

Am 25. Juni 1939 wurde ich in Hamburg als erster der drei Söhne des Physikers Dr. O. Döhler und seiner Ehefrau Elisabeth, geb. Wilkens, geboren. Seit dem Jahre 1948 lebt unsere Familie in Frankreich. Dort besuchte ich die Volksschule (école municipale), anschließend das "Lycée d'Enghien-Montmorency" (S. et O.), und legte am 9. Juli 1957 und am 12. Juli 1958 vor der "Académie de Paris" die zwei Reifezeugnisse ab (Baccalauréat, série Moderne-Mathématiques).

Im Wintersemester 1958/59 begann ich das Studium der Physik an der Philipps-Universität Marburg/Lahn. In den Jahren 1959-1960 konnte ich am Goethe-Gymnasium in Frankfurt (M) die von der Kultuskonferenz geforderte Zusatzprüfung zu meiner in Paris abgelegten Reifeprüfung bestehen. Im Mai 1961 legte ich die Diplom-Vorprüfung ab, und verbrachte das Wintersemester 1961/62 und das Sommersemester 1962 an der Universität Hamburg. Ich kehrte dann nach Marburg zurück und begann 1963 unter der Anleitung von Herrn Prof. Dr. O. Madelung mit der Anfertigung einer Diplomarbeit. Am 21. Dezember 1964 legte ich meine Diplom-Hauptprüfung ab. Die Jahre 1965 und 1966 waren der Arbeit an der hier vorgelegten Dissertation gewidmet.



